

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО АСТРОНОМИИ. 2019–2020 УЧ. Г.
ОЧНЫЙ ЭТАП. 6–7 КЛАССЫ
Решения и критерии оценивания

Задача 1

В конце X века Абу Райхан Бируни рассчитал скорость суточного вращения поверхности Земли на экваторе. У него получился результат «3778 локтей за 4 секунды часа». Определите, на сколько эта величина отличается от современного значения, если считать, что длина локтя равна 49.43 см. Экваториальный радиус Земли равен 6378 км.

Решение

Переведём скорость, указанную Бируни, в современные единицы:

$$\frac{3778 \cdot 49.43}{4} \left(\frac{\text{см}}{\text{с}} \right) \approx 46687 \text{ (см/с)} \approx 466.9 \text{ (м/с)}.$$

Один оборот вокруг своей оси Земля совершает примерно за 23ч56м. Переведя эту величину в секунды, получим 86160 секунд. Длина земного экватора равна $2 \cdot \pi \cdot 6378 \approx 40070$ км. Отсюда, скорость суточного вращения точки на экваторе равна

$$\frac{40070}{86160} \approx 465.1 \text{ (м/с)}.$$

Отличие значения Бируни от современного составляет всего около 1.8 м/с.

Заметим, что если принять за период осевого вращения земли 24 часа, то скорость на экваторе оказывается равной 463.8 м/с, а искомая разность – 3.1 м/с.

Критерии проверки

Вычисление современного значения скорости вращения – **3 балла**. Если при этом в качестве периода осевого вращения использовались не звёздные, а солнечные сутки, то оценка за этот этап снижается на 1 балл, но дальнейшие этапы оцениваются полностью. Участник может не вычислять длину земного экватора, а воспользоваться известным значением 40000 км. Это приводит к изменению ответа на 0.8 м/с (увеличению в 1.5 раза) и снижению оценки на 1 балл. Если значение длины экватора взято более близким к правильному, например 40100 км, то этот балл не снимается.

Приведение скорости, указанной Бируни, в современную систему отсчёта оценивается в **3 балла**.

Вычисление финального ответа – **2 балла**.

Арифметическая ошибка на любом этапе приводит к тому, что последний этап не оценивается. Ошибка при вычислении на первых двух этапах снижает оценку за этот этап на 1 балл.

Максимальная оценка – 8 баллов.

(В. Б. Игнатьев)

Задача 2

11 ноября 1572 года датский астроном Тихо Браге обнаружил «новую» звезду в созвездии Кассиопеи, которую можно было увидеть даже днём. Как мы теперь называем такие «новые» звёзды? В какой день недели состоялось открытие? Учтите, что в то время на юге Швеции, где находился Тихо, использовался юлианский календарь. Заходила ли эта звезда за горизонт в месте наблюдения? В честь Браге назван известный элемент рельефа на одном космическом теле. Как он называется, и что это за тело?

Решение

Тихо Браге стал свидетелем вспышки сверхновой звезды. Звезда была видна в созвездии Кассиопеи, которое расположено вблизи Северного полюса мира и заходит за горизонт только вблизи экватора. Швеция – европейская страна, и от экватора очень далеко.

В честь Тихо Браге назван один из самых заметных лунных кратеров – кратер Тихо.

Теперь вычислим день недели. При переходе с юлианского календаря не менялся день недели, а только дата. Олимпиада проходит в субботу 1 февраля. Разница с юлианским календарём составляет 13 дней. Поэтому этот день по юлианскому календарю – суббота 19 января. Все дальнейшие вычисления будем проводить в юлианском календаре.

Посчитаем количество дней, которые прошли между 11 ноября 1572 и датой олимпиады. За четыре года в юлианском календаре проходит три обычных года и один високосный, т.е.

$$3 \cdot 365 + 366 = 1\,461 \text{ день.}$$

Текущий год – високосный, поскольку делится на 4, также как 1572 год. Значит, между 11 ноября 1572 года и 11 ноября 2020 года пройдёт

$$(2020 - 1572) / 4 = 112 \text{ четырёхлетий,}$$

или

$$112 \cdot 1461 = 163\,632 \text{ дня.}$$

От 19 января до 11 ноября пройдёт

$$13 + 29 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 10 = 297 \text{ дней.}$$

Итого от даты открытия нас отделяет $163\,632 - 297 = 163\,335$ дней.

Поделим это число с остатком на число дней недели. Получим

$$163336 = 23333 \cdot 7 + 4.$$

Значит с момента открытия прошло 23333 недели и ещё 4 дня. Следовательно, Тихо наблюдал сверхновую во вторник.

Критерии проверки

Правильное вычисление дня недели – **4 балла**.

Верный ответ на каждый из дополнительных вопросов – **1 балл**.

Максимальная оценка – **8 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 3

Звезда Эль-Нат в каталоге Иоганна Байера (1603 г.) получила два обозначения: β Тельца и γ Возничего. На Земле во время полнолуния наблюдается покрытие Луной этой звезды.

1) Можно ли в течение месяца после этого покрытия наблюдать с Земли лунное или солнечное затмение?

2) В какой созвездии окажется Луна во время ближайшего после этого покрытия новолуния?

Все ответы надо обосновать.

Решение

Возничий не является зодиакальным созвездием, то есть через него не проходит эклиптика. Благодаря наклону орбиты Луны к плоскости эклиптики (а также суточному параллаксу Луны и её большому размеру), Луна может иногда заходить в созвездие Возничего, граница которого располагается в 4.5° от эклиптики, и покрывать расположенные там звёзды. При этом Луна располагается почти максимально далеко от эклиптики, то есть узлов своей орбиты она достигнет примерно через четверть (или три четверти) оборота вокруг Земли. В это время она будет в фазах третьей (или первой) четверти, когда затмения невозможны.

Известно, что в Возничем, как раз близ звезды β Тельца, находится антицентр Галактики. Спустя пол оборота Луна окажется вблизи центра Галактики, который располагается в созвездии Стрельца недалеко от границы с созвездием Змееносца. Один оборот относительно звёзд Луна совершает за 27.3 дня, в то время как период смены фаз составляет примерно 29.5 дней. Значит, во время новолуния Луна совершит 0.54 оборота относительно звёзд и окажется на 14° восточнее точки противоположной звезде Эль-Нат (которая находится в Змееносце). Созвездие Стрельца велико, поэтому можно утверждать, что Луна из него не выйдет.

Критерии проверки

Обоснованный вывод о невозможности затмения оценивается в **3 балла**. При неполном решении:

– Правильный ответ при отсутствии обоснования – 1 балл. С совершенно неверным обоснованием – 0 баллов.

– Правильные рассуждения о связи затмений и положения Луны относительно узлов орбиты при неверном выводе – 1 балл.

Правильный ответ на второй вопрос оценивается в **5 баллов**. Если обоснование отсутствует, то 1 балл. В случае неправильного ответа баллы могут быть выставлены в следующих случаях:

– указание того, что новолуние наступит после того, как Луна совершит половину оборота относительно звёзд (1 балл) и вычисление этой дополнительной величины (2 балла);

– указание созвездия, противоположного Тельцу (Скорпион, Змееносец, Стрелец) – 1 балл;

– корректное обоснование того, что искомое созвездие – это Стрелец – 1 балл.

Максимальная оценка – 8 баллов.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 4

В марте некоторого года наблюдались положения планет на небе, показанные на двух фрагментах звёздной карты:

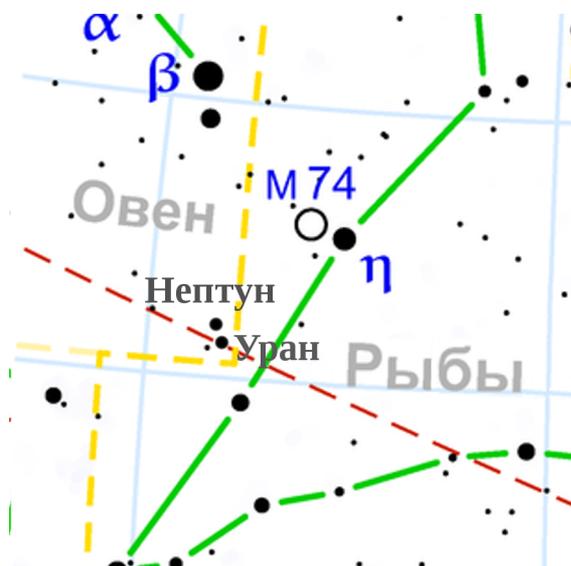


Рисунок 1: Карта 1

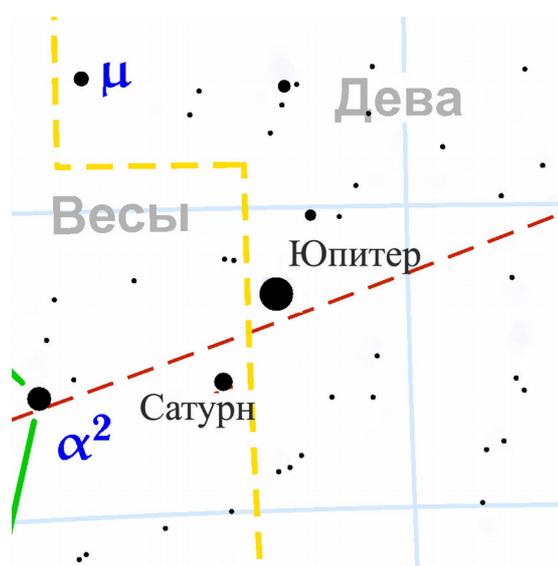


Рисунок 2: Карта 2

Какие из планет пересекут в ближайшее время границы созвездий, рядом с которыми они нарисованы на картах? Ответ объясните для каждой из планет.

Решение

В марте Солнце находится в созвездии Рыб (в Деве оно бывает в сентябре). Значит планеты Юпитер и Сатурн находятся в противостоянии с Солнцем, а Нептун и Уран – вблизи соединения с Солнцем. В первом случае для внешних планет будет наблюдаться попятное движение, при котором видимое движение планет среди звёзд происходит в направлении, противоположном годичному движению Солнца. Таким образом, Юпитер и Сатурн будут двигаться в направлении от Весов к Деве, т.е. Сатурн вскоре пересечёт границу между созвездиями, а Юпитер продолжит движение по созвездию Девы. Во втором случае планеты движутся в прямом направлении, т. е. Нептун и Уран будут двигаться по созвездию Овна, удаляясь от границы с Рыбами. Поскольку все эти планеты совершают один оборот относительно Солнца за много лет, они довольно медленно перемещаются среди звёзд и за небольшое время добраться до границы с соседним созвездием не смогут.

В итоге, в ближайшее время границу созвездий пересечёт только Сатурн.

Критерии проверки

Верный ответ с объяснением оценивается в **8 баллов**.

Ответ без объяснения оценивается в 2 балла.

Верный ответ с неверным объяснением – 0 баллов, но если из ответа / решения / объяснения видно, что учащийся перепутал (для всех планет и во всех случаях) направление вращения, то задача оценивается из 4 баллов.

Максимальная оценка – 8 баллов.

(А. М. Татарников)

Задача 5

На некоторой планете солнечные сутки равны полутора местным годам. За сколько лет планета совершает оборот вокруг своей оси? Предположим, что продолжительность солнечных суток на такой планете равна 24 часам. На рисунке показано положение планеты на орбите в 0 часов и её орбита. Стрелками показаны зенит некоторой выбранной точки на экваторе планеты и направление её суточного и орбитального вращения. Перенесите эту схему в бланк ответов и нарисуйте положение планеты на орбите и её ориентацию (направление, куда должна быть направлена стрелка) в 8 часов, 12 часов и 18 часов. Для простоты считайте, что ось вращения планеты перпендикулярна плоскости орбиты.

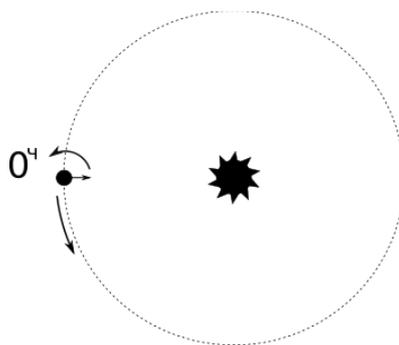


Рисунок 3

Решение

Для ответа на первый вопрос проще представить, что центр планеты неподвижен относительно далёких звёзд, солнце обращается вокруг планеты, а сама планета вращается вокруг своей оси (рис. 4). Пусть в некоторый начальный момент времени в некоторой точке экватора планеты солнце находится в зените. Это положение отмечено на рисунке стрелкой. Солнечные сутки завершатся тогда, когда стрелка вновь будет указывать на солнце, то есть на небе планеты солнце (но не звёзды) снова займёт то же самое положение. По условию сутки должны продолжаться полтора года, следовательно, солнце должно пройти по орбите полтора оборота и по окончании суток находиться в 180° от начального положения.

Вращение планеты должно происходить в ту же сторону, поскольку в противном случае сутки закончатся до окончания года. Планета не может совершить за полтора года полтора оборота вокруг оси, потому что тогда она всегда будет обращена к солнцу одной стороной. Поэтому планета может совершить либо на один оборот вокруг своей оси больше, либо на один оборот меньше. В первом случае это означает, что её период обращения вокруг оси составляет $P_1 = 1.5 / 2.5 = 3/5$ местных года, а во втором – $P_2 = 3$ местных года.

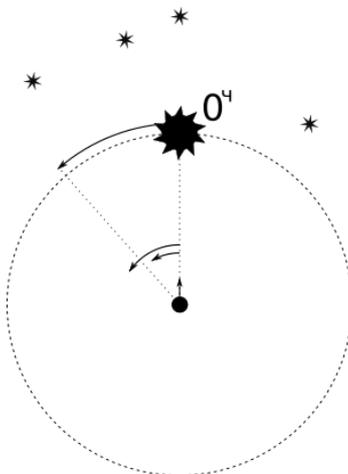


Рисунок 4: Видимое движение солнца

Этот же результат можно получить с помощью уравнения синодического движения. Пусть S – солнечные сутки. Тогда

$$\frac{1}{S} = \left| \frac{1}{T} - \frac{1}{P} \right|.$$

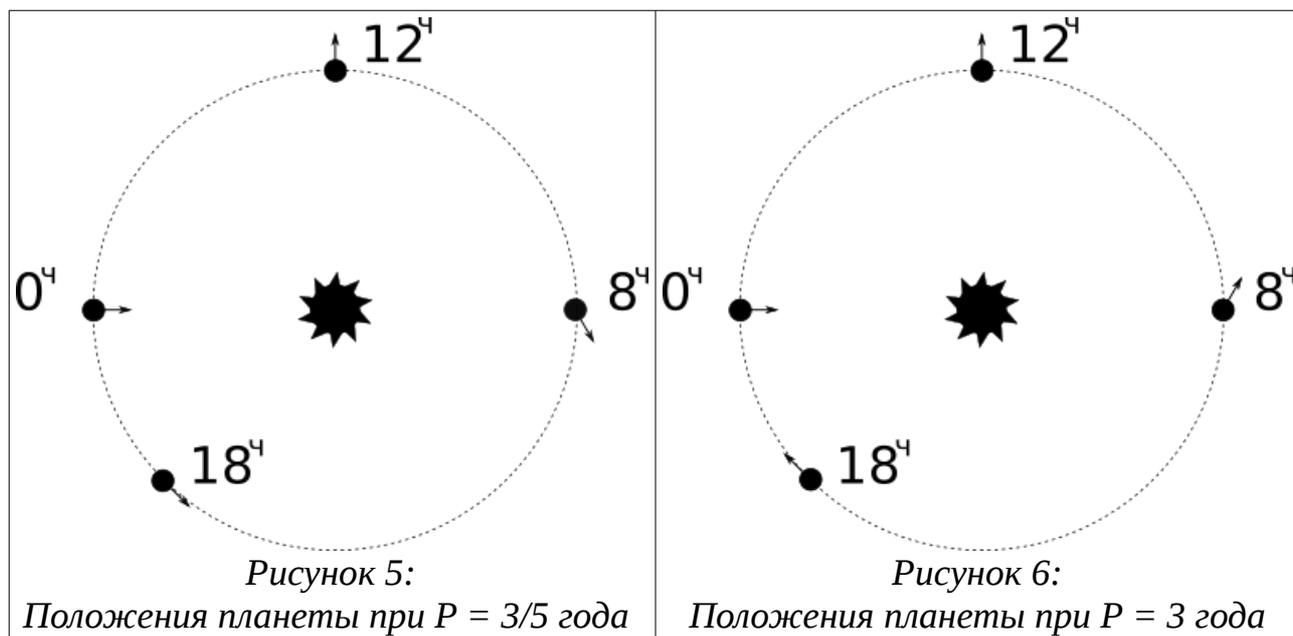
По условию $S = 1.5 T$. Отсюда

$$\frac{2}{3} \frac{1}{T} = \frac{1}{P_1} - \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{1}{P_1} = \frac{1}{T} + \frac{2}{3T} = \frac{5}{3T} \Rightarrow P_1 = \frac{3}{5} \text{ года.}$$

и

$$\frac{2}{3} \frac{1}{T} = \frac{1}{T} - \frac{1}{P_2} \Rightarrow \frac{1}{P_2} = \frac{1}{T} - \frac{2}{3T} = \frac{1}{3T} \Rightarrow P_2 = 3 \text{ года.}$$

Поскольку есть два возможных решения, то и требуемых рисунков должно быть два. Вне зависимости от скорости вращения вокруг оси планета за 1.5 года пройдёт по орбите угол $360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$. За половину суток она пройдёт половину этого расстояния, т. е. 270° . За 8 часов проходит треть суток, следовательно искомый угол равен 180° . Наконец, 18 часов – это $3/4$ суток. Тогда $540^\circ \cdot 3/4 = 405^\circ = 360^\circ + 45^\circ$.



Положение планеты на орбите на обоих рисунках должно быть одинаковым. Теперь выясним положение стрелок. Если в начальный момент времени стрелка была направлена прямо на солнце, то спустя 12 часов она должна быть направлена в противоположном направлении.

Рассмотрим вариант, когда планета совершает 2.5 оборота за сутки. Тогда за 8 часов планета совершит $\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ оборота. Значит стрелку необходимо повернуть на 300° относительно начального положения. За 18 часов завершится

$\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4} = 1\frac{7}{8}$ оборота (рис. 5). Аналогичным образом получаем, что при скорости вращения планеты 0.5 оборота за сутки спустя 8 часов планета повернётся всего на $\frac{1}{6}$ оборота, а спустя 18 часов – на $\frac{3}{8}$ оборота (рис. 6).

Критерии проверки

Правильное вычисление периода вращения планеты вокруг своей оси оценивается в **2 балла** за каждый ответ. В случае вычислительной ошибки оценка **снижается на 1 балл** за каждый неточный ответ.

Правильное расположение планеты на орбите в указанное время оценивается в **3 балла** (по 0.5 балла за каждый требуемый момент времени для каждого из вариантов).

Правильная ориентация планеты в полночь оценивается в **1 балл** (по 0.5 балла за каждый требуемый момент времени для каждого из вариантов), в остальные моменты времени – по **1 баллу** за вариант.

Максимальная оценка – 12 баллов.

(Е. Н. Фадеев)

Всего за работу 44 балла.