МОСКОВСКАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 2016–2017 уч. г.

ОЧНЫЙ ЭТАП

10–11 классы

Критерии оценивания

Задание 1

Условие

В книге Б.А. Воронцова-Вельяминова «Очерки о Вселенной» 1959 года приведена формула для определения абсолютной звёздной величины:

$$M = m + 7\frac{1}{2} - 5\lg D.$$

В то же время в «Общем курсе астрономии» Э. В. Кононовича и В. И. Мороза используется формула

$$M = m + 5 - 5\lg r.$$

Здесь M и m – абсолютная и видимая звёздные величины, D и r – расстояние до звезды. Объясните, почему формулы разные и какая правильная?

Решение

Формула для определения абсолютной звёздной величины получается из закона Погсона следующим образом:

$$M - m = -2{,}5\lg\frac{E_M}{E_m} = -2{,}5\lg\frac{L}{4\pi R^2}\frac{4\pi R^2}{L} = 5\lg\frac{r}{R} = 5\lg R - 5\lg r.$$

Отсюда мы видим, что в одном случае $5\lg R_K = 5$, а в другом $5\lg R_B = 7{,}5$. Значит R_K=10, а $R_B = 10^{1.5} \approx 32$. Отношение $R_\text{В} / R_\text{К} = 3{,}2$ близко к числу световых лет в парсеке. То есть, в формуле в «Очерках» расстояние измеряется в световых годах (причём коэффициент дан округлённым), а в «Общем курсе астрономии» – в парсеках.

Рекомендации для жюри

К ответу можно прийти, просто вычтя одно уравнение из другого. Вычисление соотношения R_B/R_K оценивается в **2 балла**. Объяснение полученного результата – ещё в **2 балла**.

Если справедливость формул доказывается подстановкой известных значений, например абсолютной и видимой величин Солнца и расстояния до него, то такое решение оценивается в **1 балл.**

Максимальная оценка за задачу – **4 балла**.

(Е.Н. Фадеев)

Задание 2

Условие

Многие участники 70-й Московской астрономической олимпиады писали, что раз Солнце за время своей жизни на главной последовательности (10^{10} лет) расходует 10 % запасов водорода, значит, за это время масса Солнца уменьшится на 10 %. Оцените светимость Солнца, если бы оно действительно за 10 млрд лет перерабатывало водород таким образом. Бывают ли звёзды главной последовательности с такой светимостью?

Решение

Масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ кг. Значит, за время жизни Солнца должна выделиться энергия массы $2 \cdot 10^{29}$ кг. По формуле Эйнштейна эта масса соответствует энергии

$$E = m \cdot c^2 = 2 \cdot 10^{29} \times \left(3 \cdot 10^8\right)^2 = 1{,}8 \cdot 10^{46}\,\text{Дж} = 1{,}8 \cdot 10^{53}\,\text{эрг}$$

Эта энергия должна выделиться за 10 млрд. лет. Значит средняя светимость Солнца должна составлять

$$L = \frac{1.8 \cdot 10^{46}\,\text{Дж}}{10^{10}\,\text{лет} \times 3.2 \cdot 10^{7}\,\text{секунд в году}} \approx 6 \cdot 10^{28}\,\text{Вт} = 6 \cdot 10^{35}\,\text{эрг / с} \approx 150\,L_0$$

Здесь L_0 – светимость Солнца. Величина не такая уж и большая. Голубые гиганты могут иметь светимости в тысячи и десятки тысяч светимостей Солнца.

Рекомендации для жюри

Задача может быть решена в одну строку. Вычисление L оценивается в **3 балла**. Если это проводится поэтапно, то **1 балл** ставится за применение формулы Эйнштейна и ещё **2 балла** за вычисление светимости. Последний балл выставляется за указание, что звёзды с такой светимостью на главной последовательности существуют.
Максимальная оценка за задачу – **4 балла**.

В результате проверки стало ясно, что часть участников поняли задачу, как «определить светимость Солнца, если его масса на 10% меньше». Это неверное понимание, поскольку в условии написано «перерабатывало», а не «переработало», т. е. интересует светимость в то время, пока шла переработка. Тем не менее решено за первую часть работы ставить **1 балл** (вместо трех), если приводится правильная оценка светимости звезды массой 0,9 масс Солнца. Обычно это делается с помощью зависимости для звезд типа Солнца $L \sim M^{\alpha}$, где $\alpha \approx 4$. Последний балл также выставляется (при правильном ответе)

(Е.Н. Фадеев)

Задание 3

Условие

Закон Серсика – эмпирический закон, устанавливающий зависимость поверхностной яркости галактики I от углового расстояния до её центра r. Закон имеет вид

$$I(r) = I_0 \cdot e^{-r/h},$$

где I_0 – поверхностная яркость в центре изображения галактики, h – расстояние, на котором поверхностная яркость падает в $e \approx 2{,}7$ раза. Обработав данные о некоторой галактике, астроном получил, что угловое расстояние между изофотами (линиями с одинаковой поверхностной яркостью) 25-й и 24-й звёздной величины равно 0,03°. Чему равно угловое расстояние между изофотами 20-й звёздной величины (центральная часть галактики) и 25-ой (граница галактики)? Чему равен линейный радиус галактики, если скорость удаления галактики 300 км/с?

Решение

Разность в 1^m соответствует отношению освещённостей, равному примерно 2,512. Обозначим расстояние и поверхностную яркость на изофоте, соответствующей 24^m, как r_{24} и I_{24} соответственно, а подобные величины, соответствующие границе галактики, как r_{25} и I_{25}. Тогда $I_{24} / I_{25} = 2{,}512$.
Из закона Серсика

$$\frac{I_{24}}{I_{25}} = \frac{e^{\frac{-r_{24}}{h}}}{e^{\frac{-r_{25}}{h}}} = e^{\frac{\Delta r}{h}}\quad.$$

Здесь $\Delta r = r_{25} - r_{24} = 0{,}03°$ – угловое расстояние между изофотами. Логарифмируя это выражение, получаем величину h:

$$h = \frac{\Delta r}{\ln\left(I_{24}/I_{25}\right)} \approx 0{,}033°\quad.$$

Зная h, мы можем вычислить видимый радиус галактики:

$$r = h \ln\frac{I_0}{I_{25}}\quad.$$

Разность в поверхностной яркости между центром и краем галактики составляет 5^m, а значит, отношение освещённостей равно 100. Подставляя значения в формулу, получаем ответ

$$r \approx 0{,}15°.$$

Из закона Хаббла определим расстояние до галактики:

$$D = \frac{v}{H_0} = 4{,}4\ \text{Мпк}.$$

Наконец, пространственный радиус галактики равен

$$R = D\,\mathrm{tg}\,r = 12\ \text{кпк}.$$

Рекомендации для жюри

Ответ на первый вопрос задачи (угловой размер галактики) оценивается в **5 баллов**: **2 балла** за формулу для вычисления h, **2 балла** за формулу для r и **1 балл** за вычисление численного ответа.

Ответ на второй вопрос задачи оценивается в **3 балла**: **1 балл** за закон Хаббла и определение D, **1 балл** за формулу для радиуса галактики и **1 балл** за численный ответ.

Максимальная оценка за задачу – **8 баллов**.

(С.Б. Борисов)

Задание 4

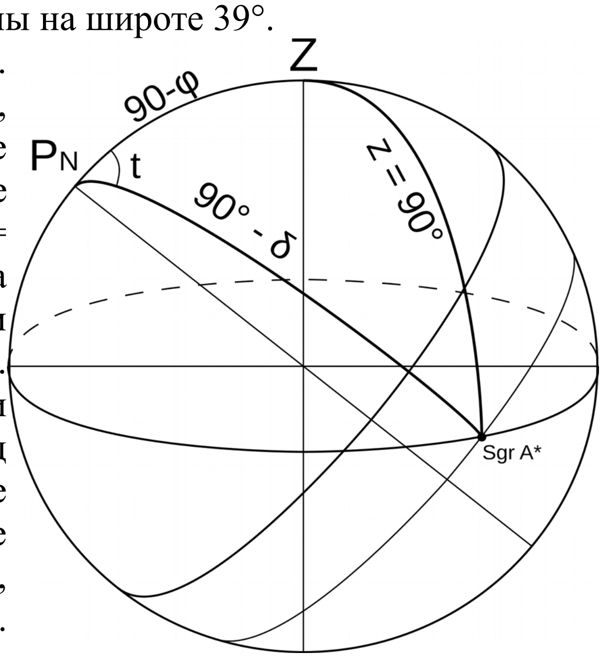
Условие

Радиотелескопы в Грин-Бэнк (38° 26′ с. ш., 70° 50′ з. д.) и Сардинии (39° 30′ с. ш., 9° 15′ в. д.) проводят совместные радиоастрономические наблюдения. Определите максимально возможную продолжительность наблюдательного сеанса за объектом Стрелец А* со склонением −29°. Объекты с какими склонениями можно наблюдать с этим интерферометром? Для простоты считайте, что антенна может сопровождать объект, пока он не скроется за горизонтом.

Решение

Поскольку наблюдения ведутся в радиодиапазоне, они не зависят от времени суток и положения Солнца над горизонтом. То есть, продолжительность наблюдений будет зависеть только от времени, которое источник радиоизлучения проводит над горизонтом.

Заметим, что оба телескопа расположены на очень близких широтах. Поскольку мы пренебрегли конструктивными особенностями антенн в части предельной высоты наведения, не будет ошибкой пренебречь также этой разницей в 1° и далее считать, что обе антенны расположены на широте 39°.



Ответим сначала на второй вопрос задачи. Для наблюдения на одиночном телескопе, расположенном на широте φ, доступны все объекты, которые восходят в данной точке Земли, т. е. со склонением $\delta > \varphi - 90° = -51°$. Однако, для работы интерферометра необходимо, чтобы обе антенны могли наблюдать источник над горизонтом. Объекты со склонениями, близкими к предельным, будут находиться над горизонтом очень непродолжительное время, и для наших антенн, которые расположены весьма далеко друг от друга, эти времена могут не совпадать.

Определим время видимости источника в зависимости от склонения. Это можно сделать различными способами. Проще всего записать сферическую теорему косинусов для параллактического треугольника для момента захода объекта за горизонт и определить часовой угол *t*:

$$\cos 90° = \cos(90° - \varphi)\cos(90° - \delta) + \sin(90° - \varphi)\sin(90° - \delta)\cos t = 0$$

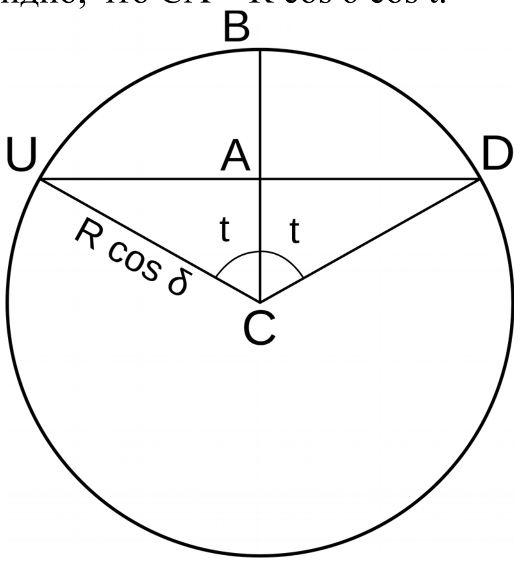
$$\sin\varphi \sin\delta = -\cos\varphi \cos\delta \cos t$$

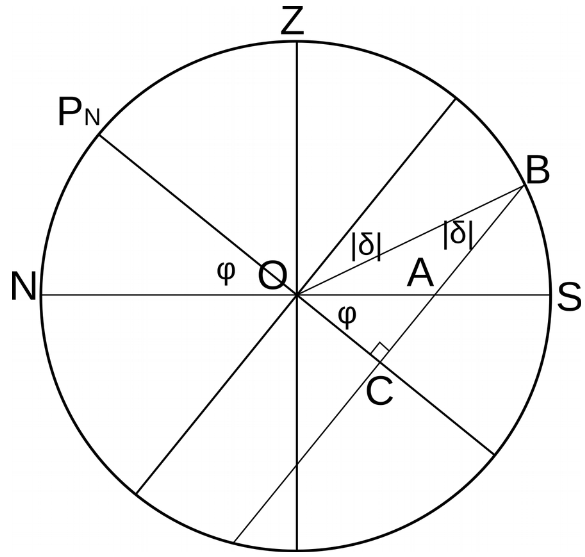
$$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$$

Отсюда время видимости объекта в часах равно

$$\tau = 2t = \arccos(-\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varphi)\frac{24^h}{180°}.$$

Эту же формулу можно вывести без применения сферической тригонометрии. Рассмотрим плоскость в которой расположена суточная параллель, по которой движется Стрелец A*. Дуга UBD соответствует пути источника над горизонтом (в точке B происходит верхняя кульминация). Пусть R — радиус небесной сферы. Тогда радиус суточной параллели равен r = R cos δ. Из рисунка очевидно, что CA = R cos δ cos t.





Теперь рассмотрим проекцию основных кругов небесной сферы на небесный меридиан. Отрезок AC здесь также присутствует. Он является частью треугольника OCA. Угол при вершине O равен широте местности. Для вычисления CA остается только определить сторону OC. Эта сторона входит в треугольник OBC. Здесь сторона OB = R, а угол при вершине B равен |δ|. Тогда OC = R sin |δ|, а CA = OC tg φ = R sin |δ| tg φ. Приравнивая правые части уравнений для OC получаем

$$\cos\delta \cos t = \sin|\delta| \operatorname{tg}\varphi$$

Это уравнение с точностью до определения склонения совпадает с полученным ранее.

Пусть $\Delta\lambda \approx 80° \approx 5{,}3^h$ – разность долгот двух антенн. Сардиния расположена восточнее Грин-Бэнка, и поэтому космический объект будет восходить на её

горизонте на $5{,}3^h$ раньше. Для того чтобы радиоинтерферометрические наблюдения были принципиально возможны, необходимо, чтобы спустя 5,3 часа, когда источник взойдёт на небе Грин-Бэнка, он ещё не опустился под горизонт в Сардинии, т. е. $\tau > \Delta\lambda$. Подставив значения в формулу, получим предельное склонение: $\delta_{\min} = -43°$. Все источники со склонением выше предельного доступны для наблюдения с этим интерферометром.
Теперь ответим на второй вопрос задачи. Сразу можно сказать, что склонение исследуемого объекта (−29°) больше критического и наблюдения принципиально возможны. Время нахождения Стрельца A* над горизонтом составляет 8,4 часа, а значит, одновременно он будет виден лишь в течение 3,1 часа.

Рекомендации для жюри

Для ответа на оба вопроса задачи необходимо вывести или вспомнить формулу для времени нахождения светила над горизонтом. Вывод формулы можно сделать как с помощью сферической тригонометрии, так и решения плоских треугольников. Этот этап задачи оценивается в **3 балла**. Запись известных формул сферической тригонометрии без вывода не является основанием для снижения оценки. Определение минимального склонения светил для наблюдения интерферометром оценивается в **3 балла**. Если в качестве ответа на этот вопрос задачи приводится минимальное склонение восходящих звёзд на данной широте (−51°), то оценка за данный этап задачи составляет **1 балл**. Определение разности долгот телескопов в часовой мере или, что то же самое, разницы промежутков времени видимости объекта двумя телескопами оценивается в **1 балл**. Вычисление времени совместной видимости – **1 балл**.
Максимальная оценка за задачу – **8 баллов**.

(Е.Н. Фадеев)

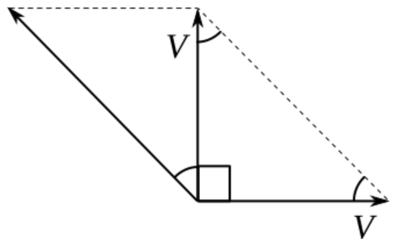
Задание 5

Условие

В середине 2017 года, на заключительном этапе миссии Cassini-Huygens у Сатурна, аппарат хотят перевести на полярную орбиту с постепенно уменьшающимся радиусом и в конце концов погрузить в атмосферу планеты. Предполагая, что переход с экваториальной орбиты вокруг Сатурна радиусом 1 млн километров на круговую полярную орбиту выполняется одним манёвром, найдите модуль и направление импульса, который для этого потребуется. Масса аппарата составляет 2,2 т. Что более энергозатратно, улететь с орбиты вокруг Сатурна или выполнить данный манёвр? Во сколько раз будут отличаться нужные импульсы?

Решение

Для того чтобы выйти на круговую полярную орбиту, нужно погасить всю скорость в плоскости экватора и набрать такую же в перпендикулярной



плоскости. Значит, модуль сообщённого станции вектора скорости

$$\Delta V = \sqrt{2} V,$$

где V – скорость движения аппарата по орбите:

$$V = \sqrt{\frac{G M_{sat}}{r}} \approx 6{,}2 \text{ км/с.}$$

Направлена эта скорость под углом 135° к направлению первоначальной скорости. Импульс же равен произведению сообщённой скорости на массу аппарата.

$$p = m \Delta V \approx 19 \times 10^6 \text{ кг} \cdot \text{м/с.}$$

Для того чтобы покинуть окрестности Сатурна, аппарату нужно набрать вторую космическую скорость

$$V_{\text{II}} = \sqrt{2} V.$$

Но добавочный импульс составит только

$$\Delta V_2 = \left(\sqrt{2} - 1\right) V.$$

И мы получаем, что изменение наклонение более энергозатратно в

$$\eta = \frac{\Delta V}{\Delta V_2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \approx 3{,}4 \text{ раза}.$$

Рекомендации для жюри

Определение скорости спутника как первой космической – **1 балл**. Определение формулы для величины ΔV – **2 балла**, вычисление добавочного импульса – **1 балл**, вычисление направления импульса – **1 балл**. Использование формулы второй космической скорости как минимальной для того, чтобы покинуть Сатурн, – **1 балл**. Определение величины ΔV_2 – **1 балл**. Окончательный ответ – **1 балл**. Максимальная оценка за задачу – **8 баллов**.

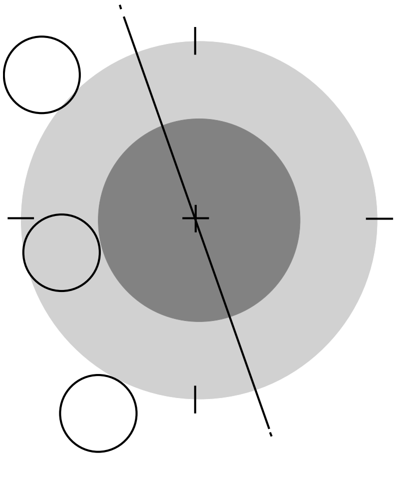
(С.Г. Желтоухов)

Задание 6

Условие

11 февраля 2017 года отмечено не только проведением 71-й Московской астрономической олимпиады, но и полутеневым лунным затмением.

Схема затмения



Две тёмные концентрические окружности показывают тень и полутень Земли. Три малых окружности соответствуют положению Луны в начале, середине и конце затмения. Длинной горизонтальной линией обозначена линия эклиптики, стороны света отмечены короткими штрихами на краях полутени.

Максимальная фаза полутеневого затмения: 0,9884.
Максимальная фаза теневого затмения: −0,0354.
(Фазой затмения называют долю диаметра Луны, закрытую затмевающим «объектом»: тенью или полутенью.)

Событие	Всемирное время (UTC), часы:минуты (10/11 февраля)
Начало полутеневого затмения	22:34
Максимальное затмение	00:44
Конец полутеневого затмения	02:53

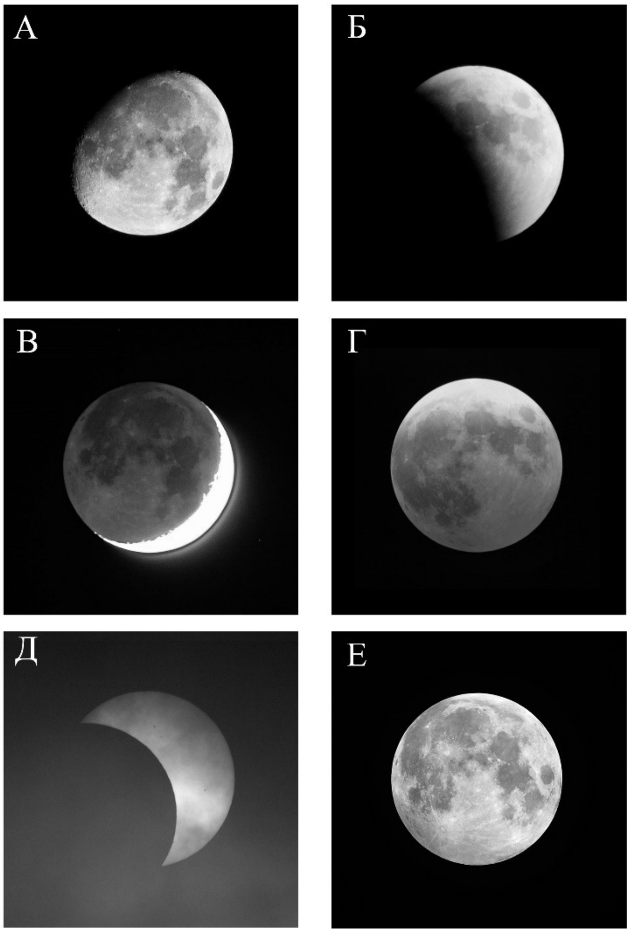
Во время полутеневого затмения Луна не попадает в тень Земли.
Луна пройдёт восходящий узел орбиты 11 февраля в 19.50 по UTC.

1. Вам представлено 6 фотографий, на одной (или нескольких) из которых изображена Луна в фазе полутеневого затмения (конечно, среди них нет фотографии **сегодняшнего** затмения). Укажите эту(и) фотографию(и) и объясните, почему Вы так решили. Также объясните, почему на остальных фотографиях Луна не находится в фазе полутеневого затмения.
2. С какой стороны (сверху/снизу/справа/слева) на схеме затмения находится направление на север?
3. В каких созвездиях находятся Земля и Солнце для наблюдателя, находящегося вблизи Северного полюса Луны (считайте, что небесные тела находятся выше линии местного лунного горизонта)?
4. Пользуясь данными из условия, определите, где на Земле можно было наблюдать данное затмение. Считайте, что метеорологические условия не препятствовали наблюдениям.
   а) Северный полюс (90° с. ш.)
   б) Сан-Томе (0° с. ш., 7° в. д.)

в) Науру (1° ю. ш., 167° в. д.)

г) Южный полюс (90° ю. ш.)

5. Определите минимальную высоту спутника на окололунной орбите, который мог бы попасть в зону видимости полного солнечного затмения.



Решение

1. Во время полутеневого затмения Луна оказывается в полутени Земли, но не заходит в саму тень. Полутень – это область пространства, где Земля загораживает часть солнечного излучения. То есть Луна остаётся освещённой Солнцем, просто её блеск становится немного слабее. Причём чем ближе некоторая часть Луны к тени, тем менее она яркая. Значит, подходящей будет та фотография, где изображена обычная полная Луна, т. е. изображение Е. Если сравнить фотографии Е и А, то можно заметить, что левая нижняя часть Луны на фотографии Е выглядит более тусклой, чем противоположная её сторона.

На А и В показаны два варианта растущей Луны, когда затмения не может быть. На В хорошо заметен пепельный свет. На Б – частная фаза теневого лунного затмения. На Г – теневое лунное затмение, о чём свидетельствует красный цвет Луны (т. е. Луна освещена не прямым солнечным светом, а светом, прошедшим через атмосферу Земли). На Д – частная фаза солнечного затмения, видимого через облака.

2. Орбита Луны имеет небольшой наклон (около 5º) к плоскости земной орбиты, поэтому траектория движения Луны не совпадает с траекторией движения Солнца, т. е. эклиптикой. Ось вращения Земли не перпендикулярна плоскости орбиты, поэтому линия эклиптики наклонена к небесному экватору. Угол наклона максимален вблизи точки равноденствия и составляет 23º. На схеме затмения мы видим, что обозначенная пунктиром линия эклиптики наклонена к коротким штрихам, обозначающим стороны света. Угол с экватором не превышает 23º, поэтому направление восток-запад на схеме отложено по вертикали, а север-юг – по горизонтали.

Известно, что Луна (как и Солнце) относительно звёзд всегда движется навстречу суточному движению, то есть с запада на восток. Лунное затмение происходит всегда в полнолуние, когда Луна находится в противоположном от Солнца направлении на небе. В феврале Солнце движется на небесной сфере на север, приближаясь к точке весеннего равноденствия (для нас это проявляется в увеличении продолжительности светлого времени суток). Полная Луна, напротив, движется на юг.

Мы пришли к выводу, что Луна 11 февраля движется в юго-западном направлении (ближе к направлению на запад). Поскольку Луна во время затмения ещё не прошла восходящий узел орбиты, то на схеме затмения она должна находиться южнее эклиптики. Это означает, что запад на схеме находится сверху, а север справа. Луна движется на схеме затмения снизу вверх.

3. В день олимпиады для наблюдателя на Земле Солнце находится в созвездии Козерога. Для наблюдателя на Луне положение Солнца изменится незначительно. Земля в это время закрывает часть Солнца, т. е. также находится в созвездии Козерога.

4. 11 февраля на Южном полюсе Земли полярный день, Солнце над горизонтом, а полная Луна находится под горизонтом. Затмение наблюдать там нельзя. Напротив, на Северном полюсе, где в это время полярная ночь, Луна будет находиться над горизонтом и затмение будет видно.

Две оставшиеся точки находятся рядом с экватором, в противоположных частях планеты. В таблице указано время затмения, оно происходит в ночь с 10 на 11 февраля по всемирному времени. Всемирное время совпадает с местным на нулевой долготе, для наблюдателя в Сан-Томе затмение будет наблюдаться ночью. В Науру, находящемся в противоположной части планеты, в это время будет день, и Луна во время затмениях находится под горизонтом.

5. Максимальная фаза теневого лунного затмения, как указано в условии, составляет −0,0354. То есть Луну отделяло лишь 3,54 % своего диаметра от попадания в земную тень, в которой можно было бы наблюдать солнечное затмение. Таким образом, минимально возможная высота спутника равна $3474 \times 0{,}0354 = 123$ км.

Рекомендации для жюри

1. Правильное объяснение каждого изображения оценивается в **1 балл**. Если ответ дан без обоснования, оценка не выставляется.
2. За аргументированное верное указание направления на север ставится **2 балла**. Рассуждение может быть лаконичным, ключевым является указание того, что полная Луна движется на запад (всегда) и на юг (в феврале), а до восходящего узла ещё не дошла. За ответ с неверной или отсутствующей аргументацией ставится **0 баллов**.
3. Указание созвездия, в котором находится Солнце, оценивается в **1 балл**. Ещё один балл выставляется за определение того, что Земля находится в том же созвездии. За правильный ответ можно также принять созвездие Водолея (Солнце находится близко к нему и окажется в нём 16 февраля). За ответ с неверной или отсутствующей аргументацией ставится **0 баллов**.
4. За аргументированный верный выбор видимости в каждом из четырёх случаев ставится **1 балл**. За ответ с неверной или отсутствующей аргументацией ставится **0 баллов**.
5. **1 балл** ставится за вывод о том, что для наблюдения полного солнечного затмения необходимо попадание в земную тень, ещё **1 балл** ставится за верный расчёт высоты.

Максимальная оценка за задачу – **16 баллов**.

(Д.А. Чулков)

Задание 7

Условие

Вам дан снимок, сделанный в Кавказской горной обсерватории ГАИШ МГУ с выдержкой 10 минут. Размер матрицы фотоаппарата 22,5 × 15,0 мм. А так же количество отсчётов в выделенных точках кадра. Определите фокусное расстояние объектива и видимую звёздную величину метеора, если считать, что длительность его полёта составляла 2 секунды. Звёздная величина звезды, на треке которой стоит точка, 2: $2{,}8^m$.

1	**2**	**3**	**4**
213	**225**	**88**	**190**

Решение

Во-первых, заметим что треки звёзд почти не искривлены. Значит, они находятся довольно близко к экватору и cos δ можно пренебречь. За 10 минут звёзды проходят

$$\alpha = \frac{10^m}{23^h 56^m 4^s} \cdot 360° = 2°30{,}5'.$$

Теперь определяем, что бóльшая сторона кадра – 9°36,5'. А меньшая 6°23,3'. Как известно, поле зрения объектива

$$\gamma = 2 \operatorname{arctg} \frac{l}{2f},$$

где l – размер матрицы и f – фокусное расстояние. Отсюда находим f для каждой стороны кадра и усредняем:

$$f_1 = \frac{l}{2\,\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}} \approx 134\ \text{мм},$$

$$f_2 \approx 135\ \text{мм}.$$

135 мм – очень распространённое фокусное расстояние для фотообъективов. Теперь звёздные величины. Трек метеора в 2,65 раза короче трека звезды. Из таблицы видим, что он в $\frac{190-88}{225-88} \approx 0{,}74$ раза интенсивнее (нужно учесть фон неба!). Плюс трек звезды экспонировался в 300 раз дольше. Следовательно поток от метеора составляет η потока от звезды.

$$\eta = \frac{300}{2.65} \cdot \frac{190-88}{225-88} \approx 84{,}3,$$

$$\Delta m = -2{,}5\, lg \eta = -4{,}8^m.$$

Соответственно звёздная величина метеора примерно: -2^m.

Рекомендации для жюри

Вывод о том, что звёзды находятся вблизи небесного экватора, – **1 балл**. Определение углового размера фотографии – **3 балла**, вычисление фокусного расстояния объектива – **2 балла**. Получившееся в ответе фокусное расстояние достаточно популярно, поэтому за угаданный ответ без решения выставляется **0 баллов**.

Для ответа на второй вопрос необходимо подставить в формулу Погсона правильное отношение освещённостей, создаваемых метеором и звездой.

2 балла – за учёт разного числа квантов, приходящихся на пиксель (**1 балл** – если не учтён фон неба), **1 балл** – за учёт разного времени экспонирования и **1 балл** за учёт разной длины треков. **1 балл** за верную запись закона Погсона и **1 балл** за верный численный ответ.

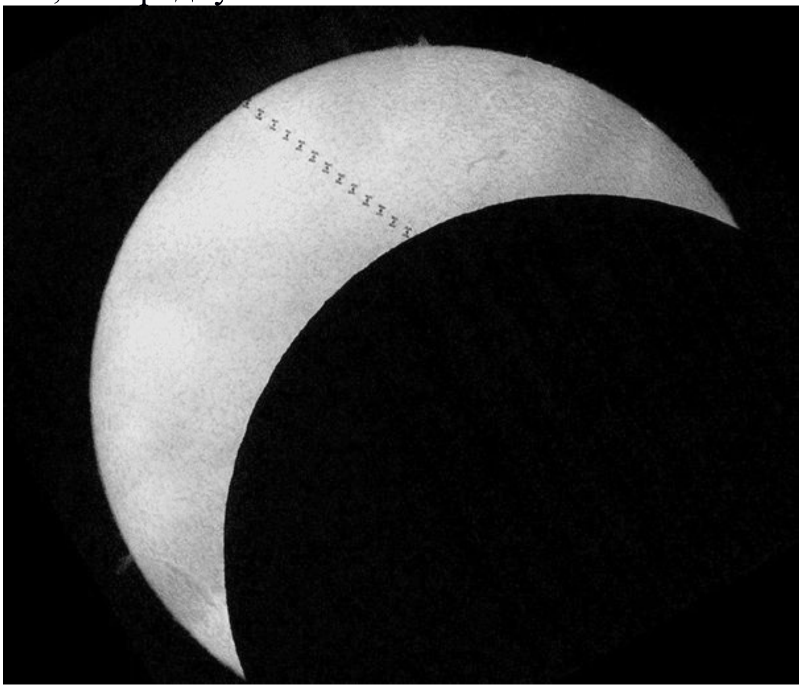
Максимальная оценка за задачу – **12 баллов**.

(С.Г. Желтоухов)

Задание 8

Условие

Во время солнечного затмения, наблюдавшегося вскоре после восхода Солнца, была получена видеозапись пролёта ИСЗ на фоне солнечного диска. После этого полученные кадры были смонтированы на один снимок. Оцените частоту (в кадрах/сек) работы использованной видеокамеры, если известно, что орбита спутника круговая, а её радиус 6800 км.



Решение

Всего на фотографии мы можем различить 13 изображений спутника. Измерив линейкой расстояние между двумя наиболее отдалёнными изображениями, а также измерив размер Солнца, мы получим, что за время съёмки спутник пролетел 0,3 солнечного диска. Зная, что угловой размер Солнца 32′ (угловые минуты), получаем, что спутник пролетел $\rho = 9{,}6'$.

Спутник, движущийся по круговой орбите радиусом R = 6800 км будет совершать один оборот за время $T = T_л(R/R_л)^{3/2} \approx 1{,}5$ часа. Здесь $T_л$ и $R_л$ – сидерический период и радиус орбиты Луны. Орбитальная скорость такого спутника v составляет 7,7 км/с.

Поскольку наблюдения производились вскоре после восхода, можно считать, что Солнце находится близко к горизонту. Тогда, в момент наблюдения, угол с вершиной в спутнике между направлением на центр Земли и на наблюдателя составлял

$$\beta = \arcsin \frac{R_0}{R} \approx 70^\circ \quad .$$

Здесь R_0 – радиус Земли. Величина скорости спутника, перпендикулярная направлению на наблюдателя, оказалась равна $v_р = v \cos \beta = 2{,}7$ км/с. Расстояние от спутника до наблюдателя было равно

$$L=\sqrt{R^2-R_0^2}=2380\,км.$$

Тогда угловая скорость спутника составила

$$\Omega=\frac{v_p}{L}\approx 0{,}0011\,c^{-1}\approx 3{,}9\,'/c\quad.$$

Отсюда получаем, что между первым и тринадцатым снимками прошло $\rho/\Omega \approx 2{,}5$ секунды. Значит, камера работала со скоростью около $12/2{,}5 = 4{,}8$ кадра в секунду.

Рекомендации для жюри

Определение величины ρ оценивается в **3 балла**. Определение расстояния до спутника – **2 балла**, орбитальной скорости спутника – **2 балла**. Учёт того, что на смещение спутника по диску Солнца влияет только тангенциальная составляющая скорости, – **3 балла**. Определение угловой скорости – **1 балл** и вычисление окончательного ответа – **1 балл**.

Максимальная оценка за задачу – **12 баллов**.

(А.М. Татарников)

Максимальное количество баллов за выполнение всех заданий – 72.