

5-7 классы

1. Выберите из данного списка астрономических названий одно лишнее: Близнецы, Весы, Рыбы, Плеяды, Волосы Вероники. Ответ объясните.

Решение. Лишнее название здесь – Плеяды. Это звездное скопление. Остальные названия – это созвездия.

2. Наступивший 10 февраля новый год по китайскому календарю -- год Змеи. Есть ли на небе созвездия, в названиях которых упомянута змея? Если есть, то где они расположены на звёздной карте? Какие интересные объекты есть или время от времени могут появиться в этих созвездиях?

Решение. Змея, Змееносец. Граничат на небе, причём созвездие Змеи разделено Змееносцем на две части. Линия эклиптики пересекает созвездие Змееносца, поэтому время от времени в нём можно наблюдать планеты Солнечной Системы, Луну, Солнце.

3. Всё ли правильно с астрономической точки зрения в следующих строках современного поэта Вячеслава Куприянова:
*всё вокруг меня, и я повсюду,
дождь от меня в полтора километрах,
Солнце в каких-то полторастах миллионах,
в полторастах тысячах -- Луна,
всего четыре с небольшим световых года --
и я в окрестностях альфы Центавра...*

Решение. Неправильно указано расстояние до Луны. Оно составляет примерно 400 тыс. км, а не 150 тыс. км.

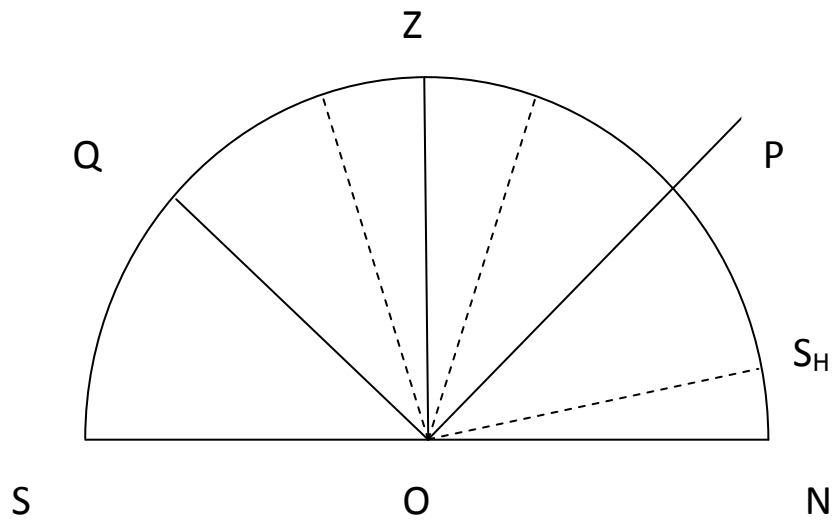
4. Что Вы знаете о падении метеорита над Уралом 15 февраля 2013 года? Что это было за явление, какие эффекты видели его свидетели, какие другие подобные события происходили на Земле? Связано ли это событие со сближением астероида 2012 DA14, которое имело место вечером того же дня? Правы ли были СМИ, которые призвали жителей Челябинска готовиться к повторному метеоритному дождю через несколько часов?

Решение. Тело размером порядка 20 метров вошло в атмосферу нашей планеты со скоростью ~18 км/с. На поверхности Земли наблюдался пролёт очень яркого болида, по яркости сравнимого с Солнцем. За счёт нагрева в атмосфере объект раскололся на части. Взрывная волна, пришедшая с задержкой в пару минут. Именно её воздействие имело некоторую разрушительную силу. Фрагменты метеорита были обнаружены на поверхности, он относится к наиболее распространённому классу хондритов. Траектория астероида 2012 DA14 сильно отличается, так что это не связанные между собой события.

8-9 классы

1. Высота светила в верхней кульминации в три раза больше широты места, а высота в нижней кульминации в три раза меньше широты. Чему равно склонение звезды и широта места наблюдения?

Решение.



Так как не указано с какой стороны от зенита происходит верхняя кульминация рассматриваем четыре случая:

$$\delta_* < \varphi \quad h_H > 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = 3\varphi \\ h_H = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (3+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3-1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{10}{6}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ 3}{14} \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_* = 64,3^\circ \\ \varphi \approx 38,6^\circ \end{cases}$$

Что противоречит первому неравенству, далее

$$\delta_* > \varphi \quad h_n > 0$$

$$\begin{cases} h_B = 90^\circ + \varphi - \delta_* = 3\varphi \\ h_n = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (3-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3-1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

Что противоречит условию задачи, так как высота в верхней кульминации в три раза больше широты места. Попробуем определить при каких коэффициентах m и n решение задачи существует.

$$\delta_* < \varphi \quad \delta_* > \varphi$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = m\varphi \\ h_n = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} h_{B2} = 90^\circ + \varphi - \delta_* = m\varphi \\ h_n = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (m+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n-1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (m-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n-1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{mn+1}{2n}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n-1} \end{cases} \quad + \begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = \frac{mn+1}{2((m+2)n-1)}180^\circ \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n-1} \end{cases}$$

$$\delta_* < \varphi \quad mn+1 < 2n$$

$$m < 2 - \frac{1}{n}$$

Ответ: таких комбинаций широты и склонения не существует

2. К какому созвездию направлен вектор орбитальной скорости Земли в день проведения олимпиады, 2 марта?

Решение. Поскольку орбита Земли близка к окружности, вектор её орбитальной скорости перпендикулярен радиусу и имеет такое же направление, в котором Солнце было видно с Земли четверть года назад. 2 декабря Солнце проецируется на созвездие Змееносца; туда и направлен вектор орбитальной скорости Земли 2 марта.

3. Человечество решило создать из планет Солнечной системы сферу Дайсона -- оболочку вокруг Солнца, радиусом 1 а.е. и плотностью 5,5 г/см³. Какова она будет в толщину? Площадь скольких планет, подобных Земле, была бы равна площади её поверхности?

Решение. Выведем соотношение площадей для того, чтобы ответить на второй вопрос задачи.

$$S_{CD} = 4\pi a^2, S_{\oplus} = 4\pi R_{\oplus}^2$$

$$\frac{S_{CD}}{S_{\oplus}} = \frac{4\pi a^2}{4\pi R_{\oplus}^2} = \left(\frac{a}{R_{\oplus}}\right)^2 = \left(\frac{1,5 \cdot 10^8}{6,4 \cdot 10^3}\right)^2 = 5,5 \cdot 10^8$$

Чтобы ответить на первый вопрос нужно знать массу Земли или оценить массу всех планет в сумме в массах Земли. Грубо можно предположить, что масса равна 1,5-2 массы Юпитера, а так как масса Юпитера 318 Масс Земли, то масса всех планет около 477-640 масс Земли. Оценим сколько толщины сферы дает масса Земли.

$$V_{\oplus} = \frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3, M_{\oplus} = \frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3 \cdot \rho$$

$$V_{CD} = V_{CDH} - V_{CDB} = \frac{4}{3}\pi(a+h)^3 - \frac{4}{3}\pi a^3 =$$

$$= \frac{4}{3}\pi(a+h-a)(a^2 + 2ah + h^2 + a^2 + ah + h^2) =$$

$$= \frac{4}{3}\pi h a^2 \left(2 + 3\frac{h}{a} + 2\left(\frac{h}{a}\right)^2 \right) \approx \frac{8}{3}\pi a^2 h$$

$$V_{CD} = V_{\oplus}$$

$$\frac{8}{3}\pi a^2 h = \frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3$$

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{R_{\oplus}}{a} \right)^2 R_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}}{2 \left(\frac{a}{R_{\oplus}} \right)^2} = \frac{6,4 \cdot 10^6}{2 \cdot 5,5 \cdot 10^8} \approx 5,8 \cdot 10^{-3} [M]$$

$$h = N \cdot 5,8 \cdot 10^{-3} = (477 \div 640) \cdot 5,8 \cdot 10^{-3} \approx 2,8 \div 3,7 [M]$$

Ответ: от 2,8 до 3,7 метров

4. Вес марсохода Curiosity на Земле 8,79 кН. Каков его вес на Марсе, если средняя плотность Марса составляет 0,713 от средней плотности Земли, а его радиус –

Решение. Вес марсохода на Марсе меньше его веса на Земле во столько же раз, во сколько раз ускорение силы тяжести Марса меньше земного.

Выразим g через среднюю плотность и радиус планеты: $g=GM/R^2$, $M=\rho V$, $V=4\pi R^3/3$, отсюда $g=4\pi G\rho R/3$, то есть ускорение силы тяжести прямо пропорционально средней плотности планеты и радиусу планеты. Поэтому ускорение силы тяжести на Марсе составляет $0,713 \times 0,533 = 0,380$ от земного, а вес марсохода – $8,79 \text{ кН} \times 0,380 = 3,34 \text{ кН}$.

5. Как менялась видимая с Земли звёздная величина Солнца в ходе прохождения Венеры по солнечному диску 6 июня 2012 года?

Решение. Изменение блеска произошло в промежуток время между первым касанием диска Венеры (1-й контакт) и диска Солнца и полным входом Венеры на диск Солнца (2-й контакт). В процессе прохождения блеск Солнца оставался примерно постоянным (если мы не учитываем потемнение диска Солнца к краю, и прочие неравномерности распределения яркости, такие как Солнечные пятна и др.). Также плавно блеск вернулся к прежнему значению во время схода Венеры с диска Солнца.

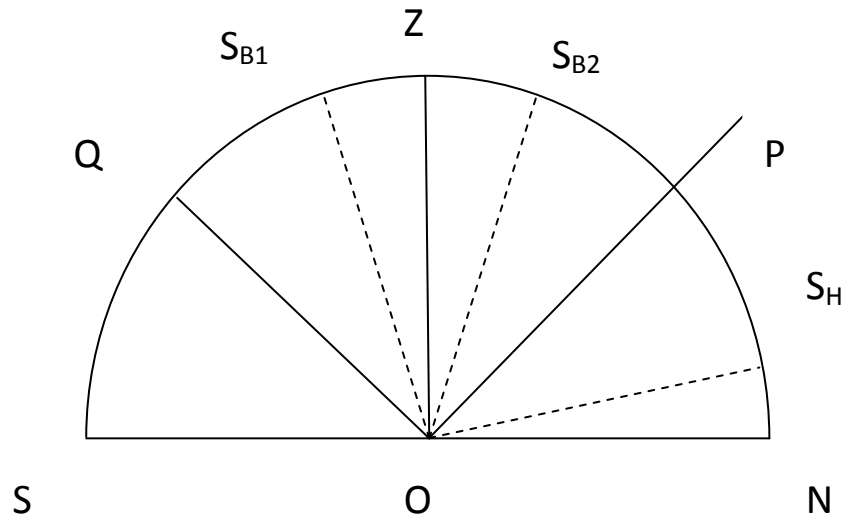
Оценим падение блеска. Пусть R и r – радиус диска Солнца и Венеры, $R \sim 15'$, $r \sim 0,5'$. Вне транзита излучение Солнце приходит с площади πR^2 . Яркость Солнца уменьшилась из-за того, что часть его излучающей поверхности πr^2 оказалась заблокирована диском Венеры. По формуле Погсона:

$$\Delta m = 2,5 \lg \left(\frac{\pi R^2}{\pi R^2 - \pi r^2} \right) = 0,0012$$

10-11 классы

1. Высота светила в верхней кульминации в три раза больше широты места, а абсолютное значение высоты в нижней кульминации в три раза меньше широты. Чему равно склонение звезды и широта места наблюдения?

Решение.



Так как не указано с какой стороны от зенита происходит верхняя кульминация рассматриваем четыре случая:

$$\delta_* < \varphi \quad h_h > 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = 3\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (3+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3-1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{10}{6}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ 3}{14} \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_* = 64,3^\circ \\ \varphi \approx 38,6^\circ \end{cases}$$

Что противоречит первому неравенству, далее

$$\delta_* < \varphi \quad h_h < 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = 3\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = -\frac{1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (3+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3+1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{8}{6}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ 3}{16} \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_* = 45^\circ \\ \varphi \approx 33,7^\circ \end{cases}$$

Что противоречит первому неравенству, далее

$$\delta_* > \varphi \quad h_h \in \forall$$

$$\begin{cases} h_B = 90^\circ + \varphi - \delta_* = 3\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \left| \frac{1}{3}\varphi \right| \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (3-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3-1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

Что противоречит условию задачи, так как высота в верхней кульминации в три раза больше широты места. Попробуем определить при каких коэффициентах m и n решение задачи существует.

$$\delta_* < \varphi \quad \delta_* > \varphi \quad h_h > 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} h_{B2} = 90^\circ + \varphi - \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (m+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n-1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (m-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n-1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{mn+1}{2n}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n-1} \end{cases} \quad + \begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = \frac{mn+1}{2((m+2)n-1)}180^\circ \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n-1} \end{cases}$$

$$\delta_* < \varphi \quad m < 2 - \frac{1}{n}$$

$$\delta_* < \varphi \quad \delta_* > \varphi \quad h_h < 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = -\frac{1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} h_{B2} = 90^\circ + \varphi - \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = -\frac{1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (m+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n+1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (m-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n+1}{n}\varphi \end{cases}$$

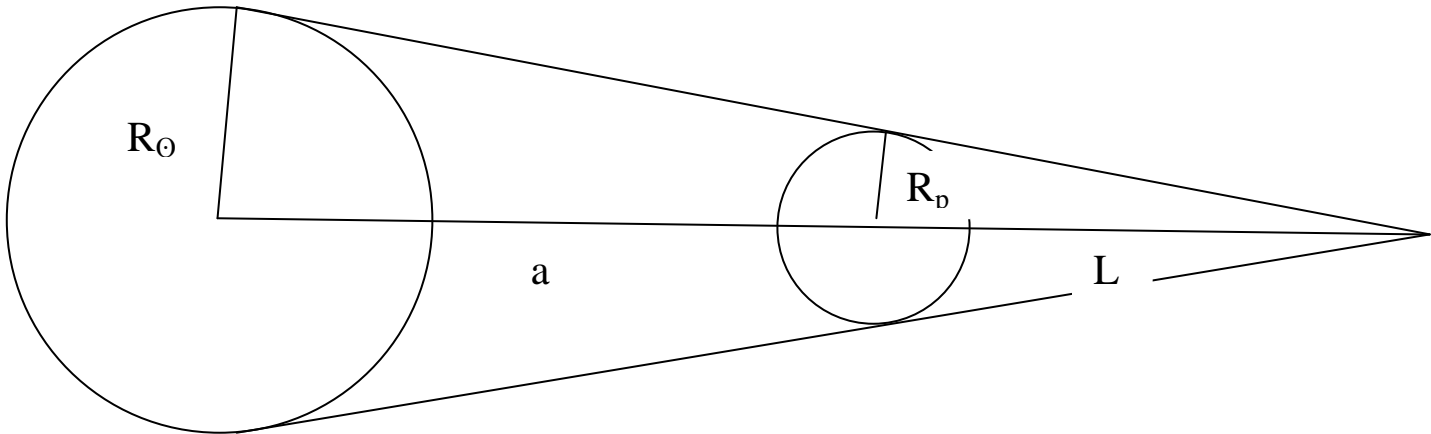
$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{mn-1}{2n}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n+1} \end{cases} \quad + \begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = \frac{mn-1}{2((m+2)n+1)}180^\circ \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n+1} \end{cases}$$

$$\delta_* > \varphi \quad m < 2 + \frac{1}{n}$$

Ответ: таких комбинаций широты и склонения не существует

2. У какой из больших планет самая длинная тень? Превышает ли она расстояние от Земли до Солнца?



Решение.

Посмотрим как формируется конус тени планеты:

$$\frac{R_{\odot}}{a+L} = \frac{R_p}{L}$$

$$R_{\odot}L - R_pL = aR_p$$

$$L = \frac{R_p}{R_{\odot} - R_p} a \approx \frac{R_p}{R_{\odot}} a$$

$$\frac{L_p}{L_{\oplus}} = \frac{\frac{R_p}{R_{\odot}} a}{\frac{R_{\oplus}}{R_{\odot}} a_{\oplus}} = \frac{R_p}{R_{\oplus}} \cdot \frac{a}{a_{\oplus}}$$

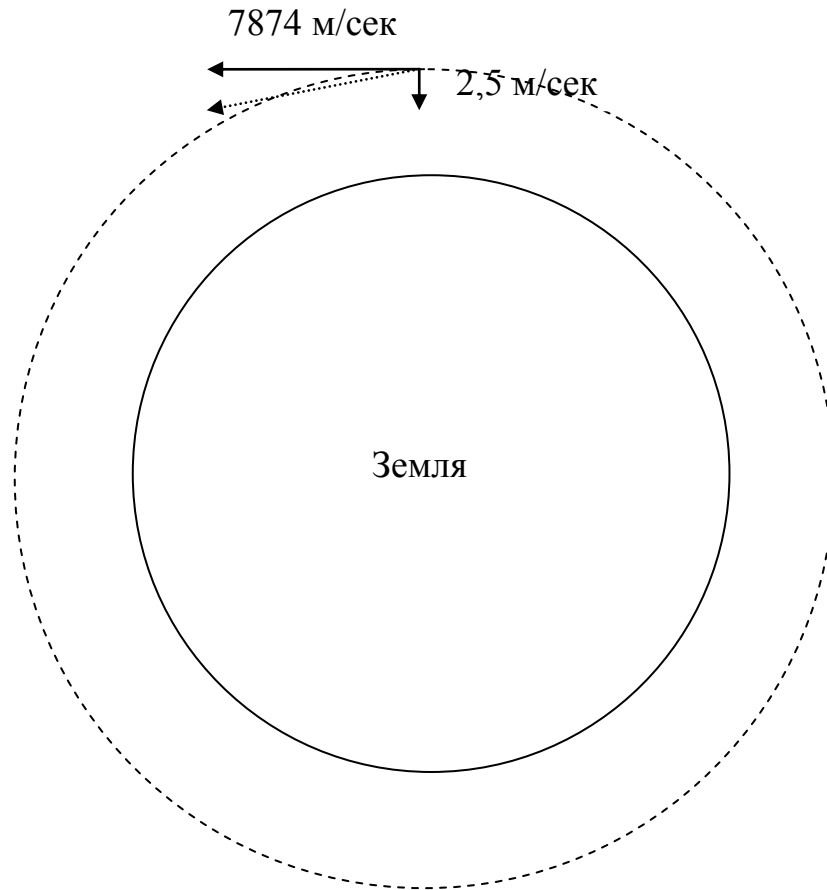
Планета	Диаметр,	А а. е.	L
Меркурий	0,382	0,38	0,15
Венера	0,949	0,72	0,68
Земля	1,0	1,0	1,0
Марс	0,53	1,52	0,81
Юпитер	11,2	5,20	58,2
Сатурн	9,41	9,54	89,8
Уран	3,98	19,22	76,5
Нептун	3,81	30,06	114,5

Даже, если не известно расстояние от Солнца до планеты исходя из выведенной формулы видно, что зависимость от расстояния до Солнца и радиуса планеты прямая. Значит нужно проверить две возможности, планету Юпитер самого большого диаметра в 0,001 солнечного и планету Нептун, как самую далекую. Возьмем и оценим во сколько раз отличается длинна теней планет от длинны земной тени

Ответ: Нептун, да превышает.

3. От космической станции, которая находится на круговой орбите вокруг Земли и имеет высоту 500 км над земной поверхностью, вертикально вниз оттолкнулся космонавт со скоростью 2.5 м/с. Через сколько времени он достигнет Земли?

Решение.



Скорость движения станции по круговой орбите вокруг Земли равна:

$$V = \sqrt{G \frac{M}{R+h}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6,4 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 0,5 \cdot 10^6}} \approx \sqrt{62 \cdot 10^6} \approx 7874 \text{ м/с} \approx 7,9 \text{ км/сек}$$

2,5 м/сек значительно меньше чем 7874 м/сек, а так как скорости складываются, как векторы, то суммарное направление движения изменится очень мало. Значит космонавт не сможет достичь поверхности Земли. Он выйдет на орбиту.

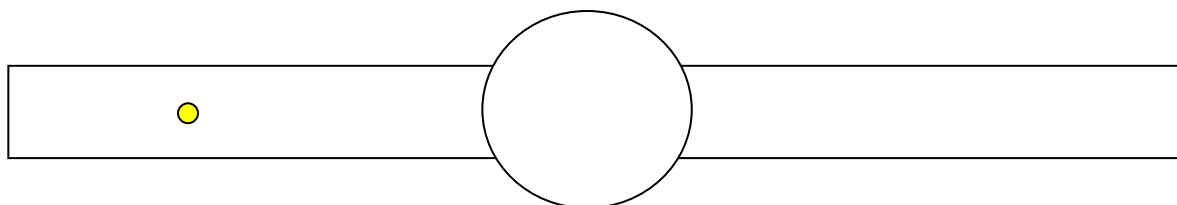
Ответ: Никогда, так как выйдет на эллиптическую орбиту

4. Человечество решило создать из планет Солнечной системы сферу Дайсона -- оболочку с радиусом в 1 а.е. и плотностью 5,5 г/см³ вокруг Солнца. Какова она будет в толщину? Площадь скольких планет наподобие Земли будет равна площади ее поверхности?

См. 8-9 класс, задача 3.

5. В каких направлениях на небесной сфере видно наибольшее количество близких к нам звезд?

Решение.



Так как наша галактика представляет собой диск диаметром 100-125 тысяч св. лет и толщиной в 400-600 св.лет, то относительно всех звезд количество близких из них будет в областях перпендикулярных плоскости галактики причем тем больше чем ближе к 90 галактической широты. Отметим, что от направления на рукава число близких звезд не зависит, так как рукава – видимая структура из О-В звезд и плотность звезд в рукавах такая же в среднем, как и на таком же расстоянии от центра Галактики вне рукава.

6. Галактика А имеет красное смещение 0,05. Галактика В, расположенная на небе в 90 градусах от галактики А, имеет красное смещение 0,1. Какое красное смещение будет иметь галактика В для наблюдателя в галактике А?

В соответствии с законом Хаббла мы видим, что галактики разлетаются от нас, а их лучевая скорость пропорционально расстоянию до них. Этот закон нарушается для очень близких галактик, которые гравитационно связаны с нашей Галактикой, а также для очень далеких, в динамику которых большой вклад вносит темная энергия. Обе рассматриваемые галактики обладают средними красными смещениями, т.е. закон Хаббла для них должен выполняться.

По определению красного смещения z

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Здесь v — скорость, с которой галактика удаляется от нас, c — скорость света, λ и $\Delta\lambda$ — длина волны спектральной линии и её изменение, вызванное удалением галактики.

Закон Хаббла выражается следующей формулой:

$$v = H_0 \cdot R$$

где $H_0 \approx 70 \text{ км / (с} \cdot \text{ Мпк)}$ — постоянная Хаббла, R — расстояние до галактики.

Подставляя вторую формулу в первую выражаем расстояние до галактики:

$$R = \frac{zc}{H_0}$$

Расстояние до галактики А получается равным $R_A = 200 \text{ Мпк}$, а до галактики В - $R_B = 400 \text{ Мпк}$.

В силу однородности и изотропности пространства галактика В будет удаляться от галактики А также в соответствии с законом Хаббла:

$$z_1 = \frac{DH_0}{c}$$

Здесь D — расстояние между A и B .

$$z_1 = \sqrt{z_A^2 + z_B^2} = 0.1$$