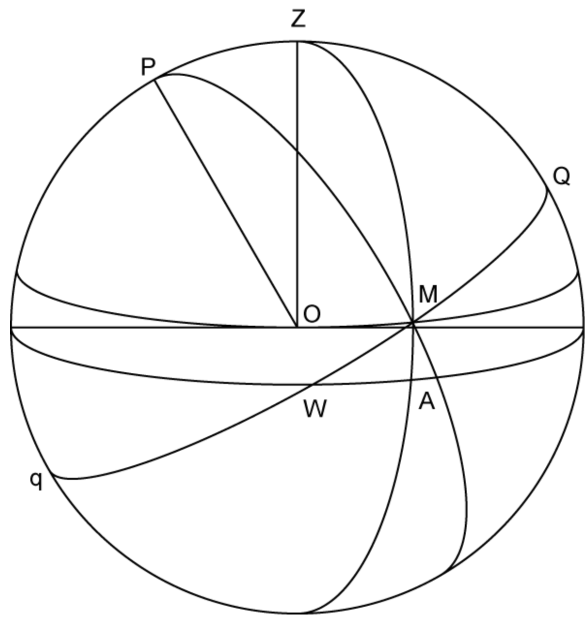
Телескоп, установленный на широте 45°, может наводиться на объекты не ниже 15° над горизонтом. Определите, как долго в течение ночи будут этому телескопу доступны светила на небесном экваторе?

Решение



Для решения задачи определим часовой угол t светила M в момент его нахождения на критической высоте $h = 15°$.

Вариант 1. Построим сферический треугольник MWA. В этом треугольнике сторона MW - дуга небесного экватора, равная 90° - t; сторона MA – дуга вертикала светила равная h, а сторона WA – дуга горизонта. Угол при вершине A очевидно равен 90°, а угол при вершине W равен 90° - φ, где φ – широта. Применяя теорему синусов для такого треугольника получим:

$$\frac{\sin(90° - \mathrm{t})}{\sin 90°} = \frac{\sin h}{\sin(90° - \varphi)}$$

Отсюда

$$\cos t = \frac{\sin h}{\cos \varphi}$$

Подставляя значения, получаем

$$\mathrm{t} = 68°,5$$

Вариант 2. Рассмотрим параллактический треугольник PZM. Здесь PZ – дуга небесного меридиана, равная 90° - φ, ZM – зенитное расстояние светила, равное z = 90° - h, а PM – полярно расстояние светила, равное, очевидно 90°. Угол при вершине P равен часовому углу светила. Воспользуемся теоремой косинусов для сферических треугольников:

$$\cos(90° - \mathrm{h}) = \cos 90° \cos(90° - \varphi) + \sin 90° \sin(90° - \varphi) \cos t = \cos \varphi \cos t$$

Мы получили формулу, идентичную той, что была получена в 1-м варианте.

Найденный часовой угол соответствует дуге от кульминации до критической высоты. Полная дуга, которую проходит светило, оставаясь в зоне видимости телескопа равна удвоенному часовому углу. Переведем эту величину во время, принимая во внимание тот факт, что небесная сфера вращается с периодом, равным звездным суткам:

$$T = 2t \cdot \frac{23^h 56^m}{360°} = 9^h 6^m$$