

LXXIX Московская астрономическая олимпиада (2025 г.)

Теоретический тур. Решения и критерии оценивания

7 класс

Задача 1

На самом юге Африки в Южно-Африканской Республике находится гора Столовая (34° ю. ш., 18° в. д.). В честь этой горы астроном Никола Луи де Лакайль назвал созвездие Столовая Гора. Один современный астроном-любитель решил посмотреть на созвездие Столовая Гора со Столовой горы. Когда вечером он поднялся на гору, то увидел, что созвездие находится точно над точкой юга вблизи горизонта. В какую сторону сместится созвездие через пару часов? Сможет ли астроном увидеть это созвездие через полгода, если снова поднимется вечером на Столовую гору в то же время? Можно ли в какой-нибудь сезон года увидеть Столовую Гору со Столовой горы в зените?

Решение. В Южном полушарии, как и в Северном, можно видеть движение звёзд вокруг полюса мира, только Южного, который располагается над точкой юга. Поскольку наблюдатель находится в точке с широтой 34° ю. ш., то высота полюса мира над горизонтом будет также равна 34° . Раз созвездие наблюдается вблизи горизонта, значит, оно находится ниже полюса мира.

Видимое движение звезд вокруг Южного полюса мира для астронома-любителя происходит по часовой стрелке, поэтому для наблюдателя созвездие сместится влево и вверх, или ещё можно сказать, к востоку.

Поскольку астроном видит созвездие под Южным полюсом мира, то ещё ниже оно не опустится. Значит это созвездие в месте наблюдения незаходящее и его можно увидеть в любую ясную ночь в году, в том числе и через полгода.

Поскольку Столовая Гора не опускается ниже 34° ниже полюса мира, то и не поднимается выше его на такую же величину. Значит, максимальная высота созвездия не превышает $2 \times 34^\circ = 68^\circ$, то есть в зените со Столовой горы оно не наблюдается никогда.

Критерии проверки

Выводы без обоснований не оцениваются.

- | | |
|--|---------|
| 1. Астроном видит нижнюю кульминацию созвездия | 1 балл |
| 2. Правильное направление движения звёзд вокруг Южного полюса мира | 1 балла |
| 3. Правильное направление смещения созвездия | 1 балл |
| 4. Созвездие незаходящее | 1 балл |
| 5. Через полгода созвездие можно увидеть | 1 балл |
| 6. Созвездие не бывает в зените | 3 балла |

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(М. В. Силантьев)

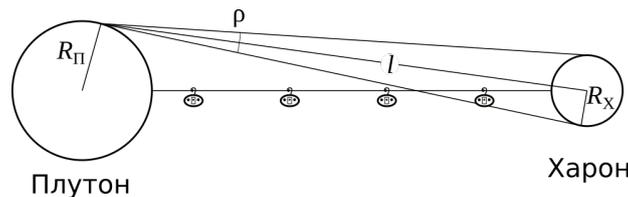
Задача 2

Система Плутон–Харон является синхронизированной, то есть периоды обращения Плутона и Харона вокруг оси одинаковы и равны периоду обращения Харона вокруг Плутона. Угловой размер Харона вблизи горизонта превосходит угловой размер Луны на Земле в 6.8 раза. Предположим, что эта система заселена высокоразвитой цивилизацией, которая построила канатную дорогу между ближайшими точками карликовой планеты и её спутника. Фуникулёры движутся с постоянной скоростью 150 км/ч. Вычислите время путешествия в одну сторону. Ответ выразите в сутках.

Считайте, что орбита Харона круговая. Диаметр Харона $D_X = 1212$ км, радиус Плутона $R_{\text{П}} = 1188$ км.

Решение. Угловой размер тела ρ связан с его линейным размером l и расстоянием до него L простым соотношением, справедливым при малых значениях ρ , заданных в радианах: $\rho = \frac{l}{L}$. Из справочных данных известны радиусы Луны $l_{\text{Л}}$ и её орбиты $L_{\text{Л}}$. Сравнивая угловые размеры Плутона и Луны получим расстояние между центрами Плутона и Харона:

$$6.8\rho_{\text{Л}} = \rho_{\text{Х}} \Rightarrow 6.8\frac{l_{\text{Л}}}{L_{\text{Л}}} = \frac{D_{\text{Х}}/2}{L_{\text{Х}}} \Rightarrow L_{\text{Х}} = \frac{L_{\text{Л}}}{l_{\text{Л}}} \frac{D_{\text{Х}}}{2 \cdot 6.8} \approx 19\,700 \text{ км.}$$



Канатная дорога короче этого расстояния на сумму радиусов Плутона и Харона:

$$x = L_{\text{Х}} - D_{\text{Х}}/2 - R_{\text{П}} \approx 17\,900 \text{ км.}$$

Тогда время путешествия по канатной дороге составит

$$t = \frac{x}{v} = \frac{17\,900 \text{ км}}{150 \text{ км/ч}} \approx 119 \text{ часов} \approx 5 \text{ суток.}$$

Критерии проверки

- | | |
|---|-------------|
| 1. Формула для связи углового и линейного размера | 1 балл |
| 2. Вычисление расстояния между центрами Плутона и Харона | 2 балла |
| 3. Канатная дорога короче на $R_{\text{П}} + R_{\text{Х}}$ | 2 балла |
| 4. Вычисление времени путешествия в сутках: формула + ответ | 1 + 2 балла |

Ответ не в сутках — штраф 1 балл.

Если не выполнен критерий 3 — штраф 1 балл при правильном ответе.

При неправильной длине канатной дороги ответ не оценивается.

Максимальная оценка за задачу 8 баллов.

(А. А. Автаева)

Задача 3

7 сентября 2025 года будет происходить полное лунное затмение. Длительность полной фазы составит 82 минуты. Максимальная фаза затмения наступит в 18 часов 13 минут всемирного времени. Определите гражданское (поясное) время начала и конца полного лунного затмения в самой восточной точке проведения Московской астрономической олимпиады — городе Красноярске (широта 56° с. ш., долгота 93° в. д., часовой пояс +7). Будет ли это затмение видно в Красноярске?

Решение. Определим время начала и конца лунного затмения. Если продолжительность составляет 82 минуты, то затмение началось в $t_1 = 18^{\text{h}} 13^{\text{m}} - 82^{\text{m}} \div 2 = 17^{\text{h}} 32^{\text{m}}$ по всемирному времени, а закончилось в $t_2 = 18^{\text{h}} 13^{\text{m}} + 82^{\text{m}} \div 2 = 18^{\text{h}} 54^{\text{m}}$ также по всемирному времени.

Лунное затмение начинается для всех точек Земли одновременно ровно в тот момент, когда Луна заходит в тень Земли. Вопрос задачи состоит в нахождении гражданского или поясного времени в Красноярске. Оно на 7 часов больше, чем время на гринвичском (нулевом) меридиане.

Следовательно,

$$t_{1k} = 17^{\text{h}} 32^{\text{m}} + 7^{\text{h}} 00^{\text{m}} = 24^{\text{h}} 32^{\text{m}} = 0^{\text{h}} 32^{\text{m}}, \quad 8 \text{ сентября}$$

$$t_{2k} = 18^{\text{h}} 54^{\text{m}} + 7^{\text{h}} 00^{\text{m}} = 25^{\text{h}} 54^{\text{m}} = 1^{\text{h}} 54^{\text{m}}, \quad 8 \text{ сентября}$$

В момент лунного затмения Луна находится в противоположном Солнцу направлении на небе. Если Солнце находится над горизонтом, то Луна будет под горизонтом, и наоборот, если Солнце находится под горизонтом, то Луна будет над горизонтом.

Событие происходит в сентябре, когда продолжительность светового дня и ночи примерно равны. В Красноярске в полночь и чуть позже неё Солнце будет находиться под горизонтом, следовательно, Луна всё это время будет находиться над горизонтом и затмение будет видно.

Критерии проверки

- | | |
|---|------------|
| 1. Лунное затмение наступает одновременно для всех точек на Земле | 1 балл |
| 2. Нахождение времени начала и конца затмения по всемирному времени | по 1 баллу |
| 3. Определение времени начала и конца затмения по красноярскому времени | по 1 баллу |
| 4. Во время лунного затмения Луна диаметрально противоположна Солнцу | 1 балл |
| 5. Утверждение, что Солнце будет под горизонтом | 1 балл |
| 6. Итоговый ответ, что затмение будет видно | 1 балл |

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(В. Б. Игнатъев)

Задача 4

У звезды TRAPPIST-1 открыта планетная система из 7 планет, вращающихся в одной плоскости в одну и ту же сторону. Отношение периода следующей планеты к периоду предыдущей можно записать как последовательность $\frac{8}{5}, \frac{5}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}$, то есть период второй планеты составляет $\frac{8}{5}$ периода первой, период третьей — $\frac{5}{3}$ периода второй и т. д. Первая планета совершает один оборот вокруг звезды за 1.5 суток. Определите величину орбитального периода самой дальней планеты. Как часто планеты 2 и 4 оказываются на одной линии с центральной звездой? Ответы дайте в сутках.

Решение. Пусть T_1 — орбитальный период первой, самой внутренней планеты. Тогда орбитальный период второй планеты равен $T_2 = \frac{8}{5}T_1$. Орбитальный период третьей планеты равен $T_3 = \frac{5}{3}T_2 = \frac{5}{3} \cdot \frac{8}{5}T_1$. Орбитальный период седьмой планеты будет равен

$$T_7 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{8}{5} \cdot T_1 = \frac{24}{2}T_1 = 12T_1 = 18 \text{ суток.}$$

Выразим период четвёртой планеты в долях периода второй:

$$T_4 = \frac{3}{2}T_3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3}T_2 = \frac{5}{2}T_2.$$

Предположим, что в некоторый момент времени звезда, планета 2 и планета 4 выстроились в линию в таком порядке. Когда такая конфигурация повторится в следующий раз, планета 2 сделает на один оборот по своей орбите больше, чем планета 4. Пусть n — число оборотов, совершённых планетой 4. Заметим, что n не обязательно целое. Тогда

$$nT_4 = (n + 1)T_2.$$

Отсюда получаем

$$n = \frac{T_2}{T_4 - T_2} = \frac{T_2}{\frac{5}{2}T_2 - T_2} = \frac{2}{3}.$$

Значит, одинаковые конфигурации повторяются каждые $\frac{2}{3}$ оборота планеты 4 или $\frac{5}{3}$ оборота планеты 2.

К этому же ответу можно прийти, вспомнив, что интервал времени между одинаковыми конфигурациями планет называется синодическим периодом S . Он связан с периодами обращения планет вокруг звезды как

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_4} = \frac{T_4 - T_2}{T_2T_4} = \frac{\frac{5}{2}T_2 - T_2}{\frac{5}{2}T_2^2} = \frac{3}{5T_2} \Rightarrow S = \frac{5}{2}T_2.$$

Осталось отметить, что в одну линию эти две планеты выстраиваются в два раза чаще, ведь, прежде чем они вернутся в исходное положение, они ещё раз выстроятся в линию, когда звезда окажется между планетами. Искомое время равно

$$t = \frac{n + 1}{2}T_2 = \frac{n + 1}{2} \cdot \frac{8}{5} \cdot T_1 = \frac{4}{3}T_1 = 2 \text{ сут.}$$

Критерии проверки

- | | |
|---|---------|
| 1. Правильный подход к вычислению T_7 | 1 балл |
| 2. Получение правильного числового значения T_7 | 2 балла |
| 3. Определение соотношения сидерических периодов планет 2 и 4 | 1 балл |
| 4. Правильный способ определения синодического периода планет 2 и 4 | 1 балл |
| 5. Правильное значение синодического периода | 1 балл |
| 6. Замечено, что нужно найти половину S | 1 балл |
| 7. Получено правильное значение t | 1 балл |

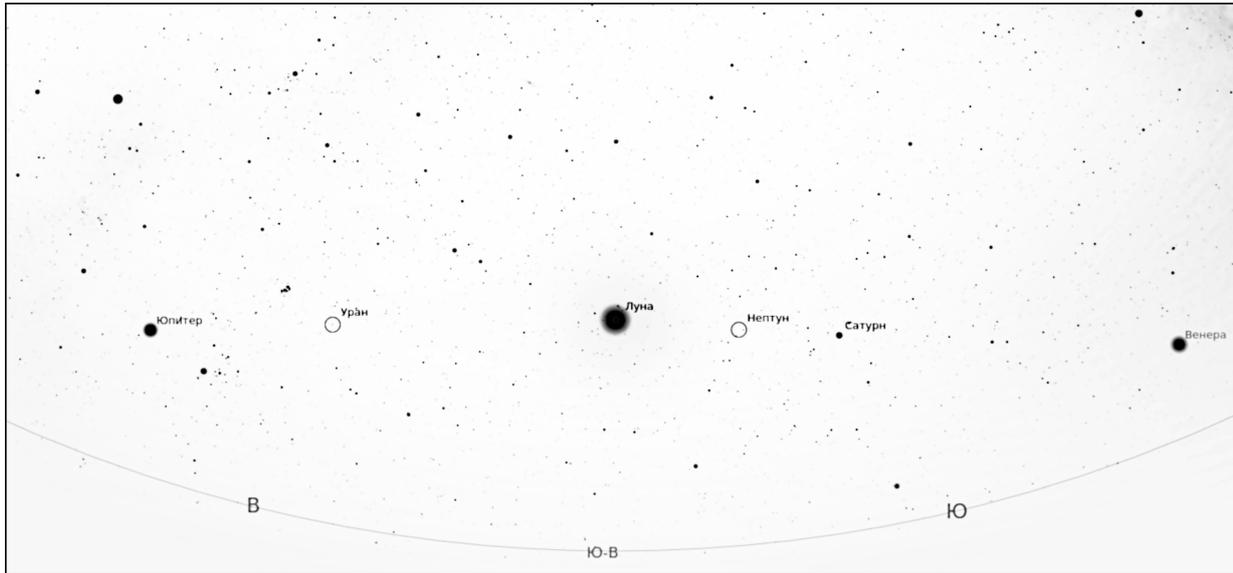
Последний балл выставляется только при отсутствии ошибок и получении значения 2 сут.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(М. В. Силантьев)

Задача 5

На рисунке вы видите расположение планет и Луны на небе в некоторый момент времени. Через сколько дней после этого момента Луна будет находиться на небе вблизи отмеченных планет, если известно, что она проходит за 1 день расстояние, равное угловому расстоянию от звезды Альдебаран до скопления Плеяды. Определите время наблюдения с точностью до месяца. В какое время суток наблюдалась данная картина?

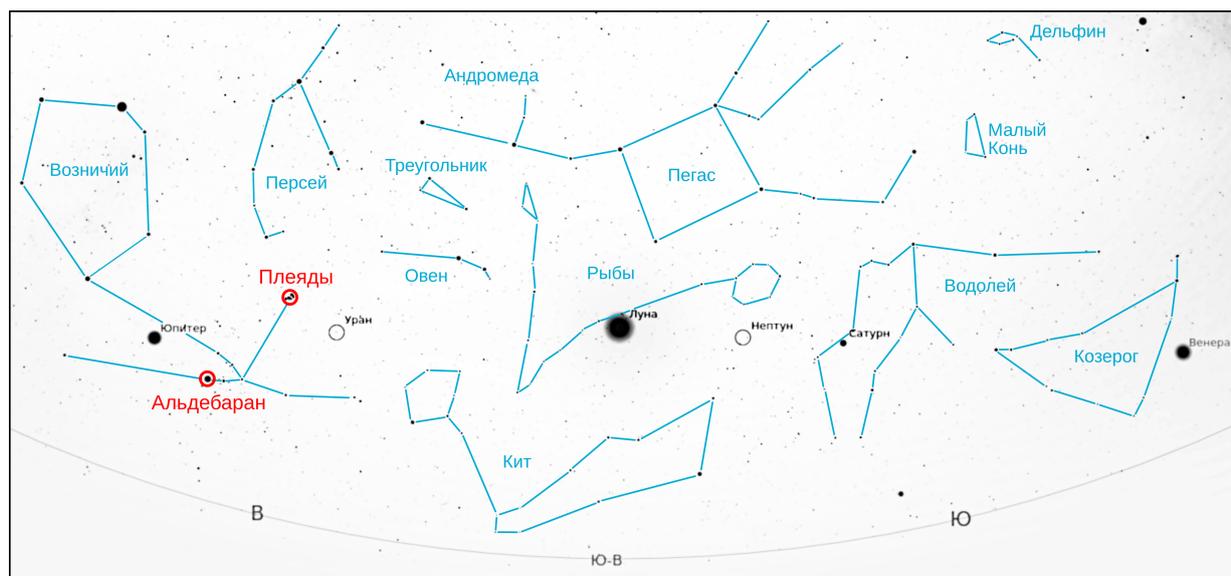


Решение. Ответим сначала на два последних вопроса. В правой части рисунка мы видим Венеру над юго-западным горизонтом. Венера никогда не удаляется от Солнца больше чем на 47° . На рисунок попала часть горизонта немногим менее 180° , следовательно, раз Солнца нет на рисунке, оно находится правее и, видимо, не слишком давно зашло за горизонт. Делаем вывод, что наблюдения проходят вечером.

Венера находится в Козероге, Луна в Рыбах, Юпитер в Тельце (см. рисунок ниже). Можно сделать вывод, что Солнце располагается в Стрельце или Змееносце, а значит, наблюдения происходили в декабре или январе. Также можно вспомнить, что телец восходит вечером в начале зимы.

Пусть x — угловое расстояние между Альдебараном (яркая звезда правее и ниже Юпитера) и Плеядами (звёздное скопление левее и выше Урана). Тогда угловое расстояние от Луны до Урана составляет $2.5x$, до Юпитера — $4x$, до Нептуна — $1.1x$, до Сатурна — $2x$ до Венеры — $5x$. Луна движется среди звёзд с запада на восток, т.е. налево на рисунке, значит, к Урану она приблизится через 2.5 дня, а к Юпитеру — через 4 дня. Вблизи трёх других планет Луна была незадолго до текущего положения, а значит, встретится с ними, завершая новый оборот по небу. Один оборот относительно звёзд Луна совершает за 27.3 сут. (сидерический период), поэтому около Нептуна она окажется через $27.3 - 1.1 \approx 26$ сут., а к Сатурну приблизится через $27.3 - 2 \approx 25$ сут.

Четыре рассмотренных внешних планеты сравнительно медленно перемещаются по небу, поэтому изменением их положения за месяц можно смело пренебречь. Другое дело — Венера, которая может двигаться довольно быстро. Если пренебречь движением Венеры, то до встречи с ней должно пройти $27.3 - 5 \approx 22$ сут.



Попробуем оценить скорость, с которой Венера перемещается по небу. Максимально быстро она перемещается вблизи верхнего соединения, когда орбитальные скорости Земли и Венеры складываются. Вблизи нижнего соединения, напротив, Венера движется попятно. Вблизи максимальной элонгации её скорость направлена практически вдоль луча зрения, а видимое смещение по небу происходит только за счёт движения Земли, т.е. Венера движется по небу со скоростью Солнца. Наблюдаемое положение Венеры скорее ближе к элонгации, чем соединению, его и примем в качестве оценки.

Луна совершает один оборот по небу в $365/27 \approx 13$ раз быстрее, чем Солнце. Значит, относительно Солнца/Венеры она движется медленнее в $(13 - 1)/13$ раз. Тогда для того, чтобы догнать Венеру, Луне потребуется $13/12 \cdot 25 \approx 24$ дня.

Замечание. Традиционно на звёздных картах размер кружка, которым обозначают звезду, тем больше, чем больше яркость звезды. То же самое касается Луны и планет. Если предположить, что видимый на карте размер Луны равен её угловому размеру, то можно легко показать, что он в несколько раз больше реального. Кроме того, тогда пришлось бы прийти к выводу, что, например, угловой размер Венеры всего в два раза уступает лунному, что тоже полная ерунда. Точно также по карте нельзя судить о фазе Луны. В реальности Луна была растущей.

Критерии проверки

1. Определение масштаба 2 балла
2. Время до соединения с Юпитером, Сатурном, Ураном и Нептуном по 1 баллу
Если движение Луны в другую сторону, то при правильном решении — 2 балла.
3. Время до соединения с Венерой 2 балла
Если не учитывается движение Венеры — 1 балл.
4. Обоснованный вывод, что наблюдение проходит вечером 2 балла
5. Обоснованный вывод, что месяц — декабрь или январь 2 балла
За ответ ноябрь — 1 балл. В остальных случаях — 0 баллов.

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**.

(М. В. Силантьев)

Справочные данные

Данные о Солнце, Земле, Луне и Галактике

Светимость Солнца	$L_{\odot} = 3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Видимая звёздная величина Солнца	$m_{\odot} = -26.78^m$
Абсолютная болометрическая звёздная величина Солнца	$M_{\odot} = 4.72^m$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot} = 5800 \text{ К}$
Солнечная постоянная	$E_{\odot} = 1360.8 \text{ Вт м}^{-2}$ $= 365.24219 \text{ сут}$
Тропический год	
Звёздные сутки	$T_{\zeta} = 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23^{\circ} 26' 21.45''$
Средняя плотность Земли	$\rho_{\oplus} = 5515 \text{ кг/м}^3$
Синодический месяц	$S_{\zeta} = 29.530 59 \text{ сут}$
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_{\zeta} = -12.7^m$
Число звёзд в нашей Галактике	$= 10 \cdot 10^{11}$
Радиус диска нашей Галактики	$= 20 \text{ кпк}$
Масса нашей Галактики (в массах Солнца)	$= 2 \cdot 10^{12}$

Астрономические и физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м с}^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг с}^{-3} \text{ К}^{-4}$
Масса протона	$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Характеристики Солнца, планет и некоторых спутников

Объект	Большая полуось, а.е.	Эксцентриситет	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, тыс. км	Осевой период
Солнце				1.989×10^{30}	696	25.38 сут
Меркурий	0.3871	0.2056	87.97 сут	3.302×10^{23}	2.44	58.65 сут
Венера	0.7233	0.0068	224.70 сут	4.869×10^{24}	6.05	243.02 сут
Земля	1	0.0167	365.26 сут	5.974×10^{24}	6.37	23.93 ч
Луна	0.002 57	0.0549	27.322 сут	7.348×10^{22}	1.74	27.32 сут
Марс	1.5237	0.0934	686.98 сут	6.419×10^{23}	3.40	24.62 ч
Юпитер	5.2028	0.0483	11.862 лет	1.899×10^{27}	69.9	9.92 ч
Сатурн	9.5388	0.0560	29.458 лет	5.685×10^{26}	60.3	10.66 ч
Уран	19.1914	0.0461	84.01 лет	8.683×10^{25}	25.6	17.24 ч
Нептун	30.0611	0.0097	164.79 лет	1.024×10^{26}	24.7	16.11 ч