LXXIX Московская астрономическая олимпиада (2025 г.)

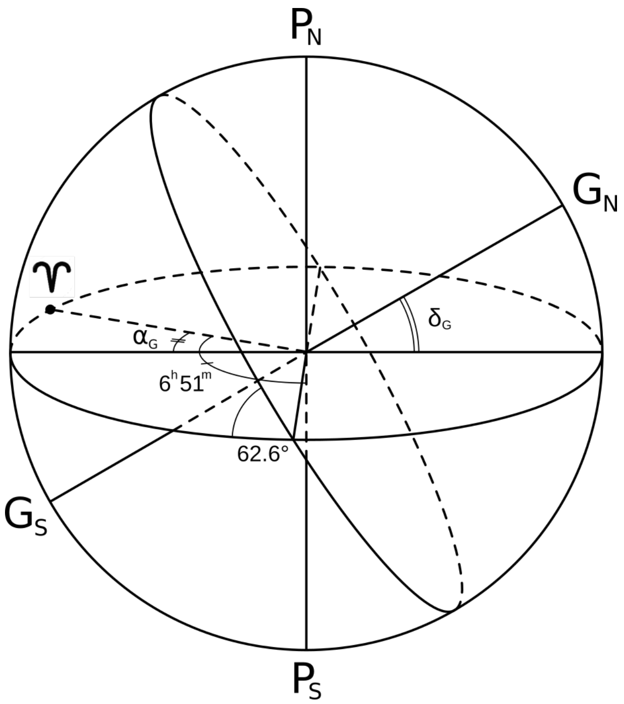
Теоретический тур. Решения и критерии оценивания

9 класс

Задача 1

Галактический экватор пересекается с небесным экватором в точках с прямым восхождением $6^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$ и $18^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$ под углом в $62.6°$. На основании этих данных определите экваториальные координаты галактических полюсов. Максимально подробно опишите свою аргументацию и решение.

Решение. Нарисуем небесную сферу и отобразим на ней небесный и галактический экваторы, пересекающиеся под углом $62.6°$, северный $\mathrm{P_N}$ и южный $\mathrm{P_S}$ полюса мира и северный $\mathrm{G_N}$ и южный $\mathrm{G_S}$ полюса Галактики.



Из рисунка видно, что склонение полюсов Галактики равно $\pm(90° - 62.6°) = \pm 27.4°$, а прямое восхождение равно $0^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$ или $12^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$ ($6^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}} \pm 6^{\mathrm{h}}$). Вот только из условия сразу непонятно, как именно сгруппировать эти координаты в пары и сопоставить конкретным полюсам.

Галактическому экватору на небе примерно соответствует Млечный Путь. Примерно — потому что Солнце находится на 10 парсек выше галактической плоскости, отчего средняя линия Млечного Пути является не большим, а малым кругом небесной сферы. Однако сейчас для нас такая тонкость значения не имеет.

Итак, вспомним, где Млечный Путь пересекает небесный экватор. Одно из мест находится неподалёку от созвездия Орион (в созвездии Единорога), причём далее Млечный Путь проходит через созвездия Близнецов, Возничего, Персея, Кассиопеи и т. д. То есть, если мы смотрим в средних широтах на юг, то, по мере подъёма вверх, Млечный Путь отклоняется вправо, в сторону уменьшения прямого восхождения. Точка весеннего равноденствия находится в Рыбах, от которых созвездие Близнецов отделяют только созвездия Овна и Тельца. Значит, данное место пересечения двух экваторов отстоит от точки весеннего равноденствия на $6^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$, а не на $18^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$, и на рисунке изображено их правильное взаимное расположение.

Точно к тому же выводу можно прийти, если вспомнить, что противоположное место пересечения Млечного Пути с небесным экватором находится в созвездии Орла.

Итого, координаты северного полюса Галактики $\alpha_{\mathrm{G_N}} = 12^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$, $\delta_{\mathrm{G_N}} = 27.4°$, координаты южного полюса Галактики $\alpha_{\mathrm{G_S}} = 0^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$, $\delta_{\mathrm{G_S}} = -27.4°$.

Критерии проверки

1. Склонение полюсов **2 балла**
2. Прямые восхождения полюсов **2 балла**
3. Правильные пары координат с обоснованиями **4 балла**

Если обоснование полностью опущено, то последний этап не оценивается.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

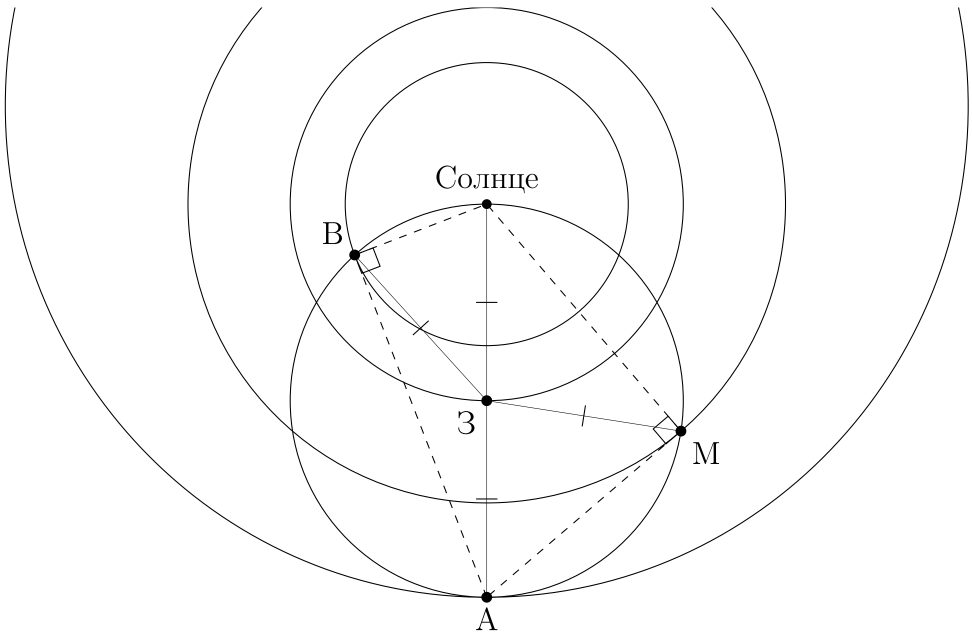
(В. Б. Игнатьев)

Задача 2

При наблюдении с Земли Марс, Венера и астероид с перицентрическим расстоянием ровно 2 а. е. оказались на расстоянии в точности 1 а. е. Определите фазы Земли, Венеры и Марса при наблюдении с астероида в этот момент. Орбиту Земли считайте круговой.

Решение. В условии сказано, что орбита Земли круговая, отметим, что её радиус, по определению, равен 1 а. е. Орбиты Марса, Венеры и, тем более, астероида круговыми считать не требуется.

Выясним положение астероида. Рассмотрим треугольник Земля — Солнце — Астероид. Расстояние от Земли до Солнца и до астероида по 1 а. е., следовательно, из неравенства треугольника получаем, что расстояние от Солнца до астероида в этот момент не больше 1 а. е. + 1 а. е. = 2 а. е., при этом его минимальное расстояние до Солнца — 2 а. е. Из чего делаем вывод, что астероид находится на одной прямой с Землёй и Солнцем, в противостоянии. Следовательно, при наблюдении с астероида **фаза Земли равна нулю**.



Теперь остаётся заметить, что Солнце, Марс, Венера и астероид лежат на окружности с центром в Земле, причём Солнце и астроид лежат на одном диаметре. Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90°, то есть углы астероид — Марс — Солнце и астероид — Венера — Солнце равны 90°. Следовательно, **их фазы равны в точности 0.5**.

Критерии проверки

1. Указание, что астероид в противостоянии **2 балла**
2. Фаза Земли **2 балла**
3. Фаза Марса, Венеры **2 + 2 балла**

Явно использовалось, что орбиты Венеры и Марса круговые — 1+1

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(А. В. Ребриков)

Задача 3

В серии фильмов «Звёздные войны» планета Альдераан была уничтожена с помощью Звезды Смерти. Через некоторое время после взрыва размеры облака обломков, сохранившего симметричную форму, сравнялись размерами со звездой, вокруг которой вращалась планета. Предположим, что звезда — близнец нашего Солнца, а радиус Альдераана был в 2 раза больше радиуса Земли. Считая, что средний радиус обломков равен 7 км, определите, на сколько звёздных величин был ослаблен блеск звезды Альдераана для далёкого наблюдателя, находящегося в этот момент на линии звезда — бывший центр планеты. Считать, что все части обломков распределены равномерно в облаке и не перекрывают друг друга для наблюдателя.

Решение. Объём планеты составлял $V_\text{п} = \frac{4}{3}\pi R_\text{п}$, а объём осколков — $V_\text{о} = \frac{4}{3}\pi R_\text{о}^3$. Поскольку объём планеты и суммарный объём всех осколков равны, получаем полное число осколков:

$$N = \frac{V_\text{п}}{V_\text{о}} = \left(\frac{R_\text{п}}{R_\text{о}}\right)^3 = \left(\frac{2 \cdot 6370}{7}\right)^3 \approx 6 \cdot 10^9.$$

Поперечное сечение осколков составляет $S_\text{о} = \pi R_\text{о}^2$. Все осколки закроют площадь $NS_\text{о}$, тогда как поперечное сечение звезды составляет $S_\star = \pi R_\odot^2$. Значит, падение блеска звезды будет равно

$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{S_\star - NS_\text{о}}{S_\star} = -2.5 \lg \left[1 - N\left(\frac{R_\text{о}}{R_\odot}\right)^2\right] = -2.5 \lg \left(1 - \frac{R_\text{п}^3}{R_\text{о} R_\odot^2}\right) \approx 1^\text{m}.$$

Критерии проверки

1. Полное число осколков	**2 балла**
2. Освещённость падает пропорционально закрываемой площади	**1 балл**
3. Правильная запись формулы Погсона для данной задачи	**2 балла**
4. Правильный ответ	**3 балла**

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(А. А. Автаева)

Задача 4

К Юпитеру и Нептуну запустили два одинаковых спутника для изучения атмосфер этих планет. С какого спутника чаще будут приходить фотографии тёмной стороны планеты, если размеры планет на фотографиях одинаковые, а спутники вращаются в одну сторону по круговым орбитам?

Решение. Равенство размеров планет на снимках означает равенство их угловых размеров при наблюдении со спутников. Угловой размер планеты α зависит от её линейного размера (например радиуса R) и расстояния до нее l: $\alpha = R/l$. Будем обозначать все величины, относящиеся к Юпитеру индексом «ю», а относящиеся к Нептуну индексом «н». Тогда можно записать:

$$\alpha_{\text{ю}} = \alpha_{\text{н}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_{\text{ю}}}{l_{\text{ю}}} = \frac{R_{\text{н}}}{l_{\text{н}}}.$$

Радиусы планет даны в справочных данных. Расстояния до планет являются радиусами орбит спутников. Третий закон Кеплера связывает радиус орбиты с массой планеты M и периодом обращения спутника вокруг планеты T:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{l^3}.$$

Возведем в куб уравнение для угловых размеров планет и подставим туда радиусы орбит из закона Кеплера:

$$\frac{4\pi^2 R_{\text{ю}}^3}{GM_{\text{ю}}T_{\text{ю}}^2} = \frac{4\pi^2 R_{\text{н}}^3}{GM_{\text{н}}T_{\text{н}}^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_{\text{ю}}}{T_{\text{н}}} = \sqrt{\frac{M_{\text{н}}}{M_{\text{ю}}}\left(\frac{R_{\text{ю}}}{R_{\text{н}}}\right)^3} = \sqrt{\frac{1.024\cdot 10^{26}}{1.899\cdot 10^{27}}\left(\frac{69.9\cdot 10^3}{24.7\cdot 10^3}\right)^3} \approx 1.1.$$

Спутник наблюдает неосвещённую часть планеты один раз за орбитальный период. Поскольку период спутника, движущегося вокруг Юпитера, больше, то и фотографии от него будут приходить с большим интервалом времени, то есть в 1.1 раза реже.

Стоит заметить, что из-за движения планет вокруг Солнца требуется определить не сидерические, а синодические, т. е. относительно Солнца, периоды обращения спутников. Однако время обращения вокруг Солнца планет-гигантов очень велико, гораздо больше любого разумного периода обращения спутника. Поэтому разницей между синодическим и сидерическим периодом здесь можно пренебречь.

Критерии проверки

1. Угловые размеры планет со спутников равны	**1 балл**
2. Правильная запись 3-го закона Кеплера	**2 балла**
3. Формула для вычисления отношения периодов	**2 балла**
4. Численный ответ	**1 балл**
5. Правильный вывод	**1 балл**
6. Учёт движения планет вокруг Солнца / указание, что это не имеет смысла	**1 балл**

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(М. В. Силантьев)

Задача 5

В 00:00 по местному времени 9 февраля корабль начал движение по экватору с постоянной скоростью, а к 00:00 10 февраля, также по местному времени, он преодолел уже 1670 км. Известно, что двигатели не позволяют развивать кораблю скорость больше 25 узлов. Календарь назад не переводили. Определите скорость корабля в узлах и направление движения.
Один узел равен одной морской миле в час, морская миля равна длине одной минуты земного меридиана.

Решение. Переведём пройденное кораблем расстояние в градусную меру. Пройденный путь во столько же раз меньше длины экватора ($\approx 40\,000$ км), во сколько его градусная мера меньше $360°$. Тогда

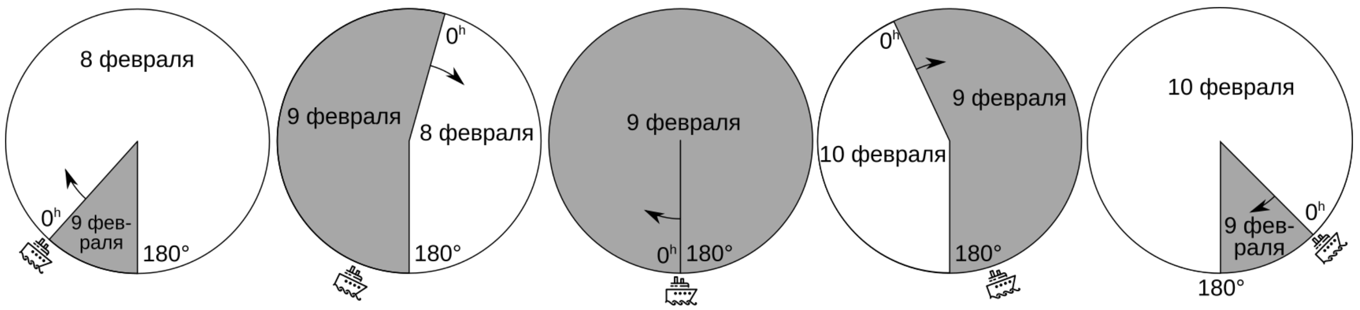
$$\lambda = 360° \frac{1670\text{ км}}{40\,000\text{ км}} \approx 15° = 900'.$$

Мы получили, что корабль за 24 часа преодолел 900 морских миль, то есть двигался со скоростью 37.5 узлов, что заметно превышает максимальную скорость корабля.

В этом рассуждении можно найти ошибку. На долготах, отличающихся на $15°$, местное время отличается на 1^{h}. Поэтому в пути корабль находился 23^{h}, если он двигался на восток, или 25^{h}, если он двигался на запад. Первый случай нам, очевидно, не подходит, поскольку тогда скорость получается ещё больше. Западное направление не подходит тоже, поскольку $900/25 \approx 36$ узлов, что опять слишком много. Значит, дело в чём-то другом.

Дата на корабле может измениться в двух случаях. Первый — очевидный, в полночь. Второй случай более редкий: дату на календаре нужно менять при пересечении линии перемены дат. К западу от этой линии дата на день больше, чем к востоку, всегда, кроме единственного исключения: в полночь, когда дата одинаковая с обеих сторон.

Рассмотрим движение корабля в деталях с помощью изображения ниже. Кроме линии перемены дат добавим ещё *линию полуночи*, которая обладает обратным свойством: к западу от нее дата на день меньше, чем к востоку.



В начальный момент времени корабль находится к западу от линии перемены дат и начинает двигаться на восток. В этот момент почти на всей Земле 8 февраля и только на небольшой её части уже наступило 9 февраля. Земля вращается вокруг своей оси с запада на восток, следовательно, линия полуночи движется на запад. К моменту, когда корабль достигает линии перемены дат, там же оказывается линия полуночи. В этот момент и к западу и к востоку от нее 9 февраля. На корабле вновь настаёт полночь 9 февраля. Дальше корабль движется на восток, где всё ещё 9 февраля. Выходит, что 10 февраля на корабле настанет лишь спустя $24^{\text{h}} + 23^{\text{h}} = 47^{\text{h}}$. Тогда скорость корабля $900/47 \approx 19$ узлов.

Критерии проверки

1. Пройденное расстояние в угловой мере **1 балл**
2. Пересечение линии перемены дат в местную полночь **3 балла**
3. Местное время в точках отправления и прибытия отличается на час **1 балл**
4. Между указанными в условии моментами прошло 47 часов **1 балл**
5. Правильное значение искомой скорости в узлах **1 балл**

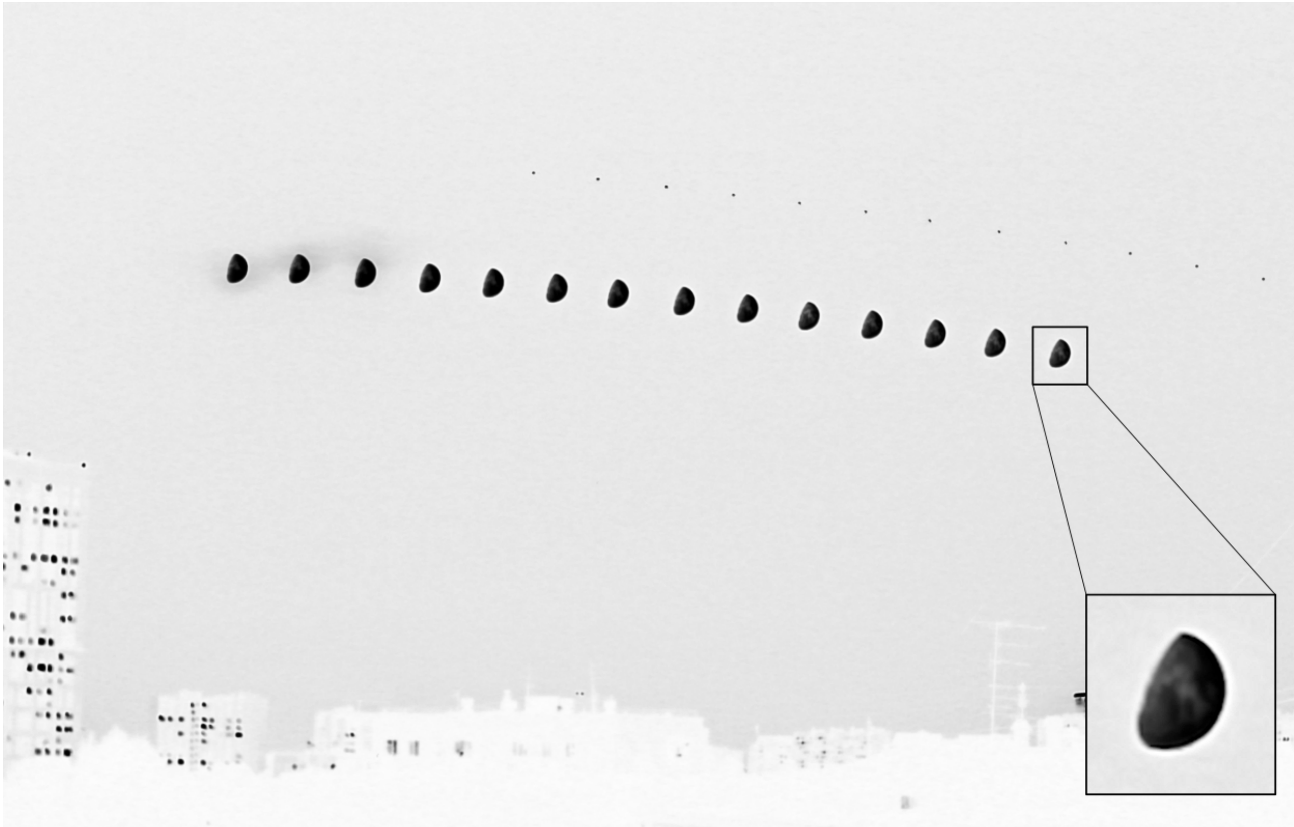
   Этот балл выставляется только если нет ошибок на предыдущих этапах.
6. Направление движения с правильным обоснованием **1 балл**

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 6

На рисунке представлен негатив фотографии Юпитера и Луны, полученный в Москве путём наложения нескольких снимков, сделанных неподвижной камерой примерно через равные промежутки времени. С какой стороны снимка находится изображение Луны, полученное первым? Сколько минут длилась вся фотосессия? Каков был астрономический азимут Юпитера в момент окончания съёмки? Определите склонение Луны и примерную дату съёмки. Считайте, что математический горизонт совпадал с нижним краем снимка.



Фотография К. О. Чепурного.

Решение. Суточное движение Луны происходит вместе со всей небесной сферой с востока на запад. Мы видим, что в левой части снимка высота Луны над горизонтом почти не меняется, а справа она заметно меньше. Можно сделать вывод, что мы в левой части кадра Луна находится в верхней кульминации. Поскольку кульминация Луны в Москве происходит над точкой юга, восток находится за левым краем кадра, а запад — за правым. Тогда движение Луны происходит слева направо, а первым было получено самое левое изображение Луны.

Будем использовать в качестве «линейки» диаметр Луны. Сделать измерение нужно с максимальной тщательностью, чтобы погрешность измерения не превратилась в большую погрешность ответа.

Видно, что расстояния между соседними изображениями Луны примерно, но не в точности одинаковые, поэтому недостаточно измерить расстояние между соседними изображениями. Необходимо измерить расстояние между разнесёнными на большое расстояние изображениями Луны. Пусть x — измеренный линейкой диаметр Луны на изображении. Тогда расстояние между первым и последним изображением Луны составляет $28x$ или, учитывая, что угловой диаметр Луны равен $0.5°$, $14°$. За 1 час небо поворачивается вокруг оси мира на $15°$, тогда как Луна, двигаясь среди звёзд в противоположную сторону, проходит относительно них расстояние $\frac{360°}{27.3\cdot 24} \approx 0.55°$, что соответствует двум минутам времени. Мы видим, что движение Луны среди звёзд мало влияет на ответ. Итого, наблюдения продолжались около часа.

Расстояние середины первого (или второго) изображения Луны от нижнего края снимка равно $18.6x$, то есть высота Луны над горизонтом составляет $h = 18.6/2 \approx 9.3°$. Высоту светила в верхней кульминации можно найти из формулы

$$h = 90° - \varphi + \delta.$$

Тогда, принимая во внимание, что широта Москвы равна $56°$ с. ш., можно определить склонение Луны:

$$\delta = h + \varphi - 90° = -24.7°.$$

Орбита Луны наклонена на $5°$ к эклиптике, поэтому значение склонения немного меньше $-23.5°$ не должно удивлять. Можем сделать вывод, что Луна находится в одном из наиболее южных созвездий, через которые проходит эклиптика: Скорпион, Змееносец или Стрелец. Солнце в этих созвездиях бывает зимой, с начала декабря по конец января. Мы видим, что фаза Луны немногим более первой четверти, а значит угловое удаление Луны от Солнца составляет $100°$–$120°$.

Эту величину можно попытаться определить, воспользовавшись изображением Луны во врезке. Для этого измерим долю освещённой части диаметра Луны, то есть фазу. Фаза F связана с фазовым углом ψ (угол Земля — Луна — Солнце) формулой

$$F = \frac{\cos\psi + 1}{2}.$$

Тогда разность эклиптических долгот Солнца и Луны $\Delta\lambda$ равна

$$\Delta\lambda = 180° - \psi = 180° - \arccos(2F - 1).$$

Если измерения выполнены достаточно точно, должно получиться значение из указанного выше диапазона.

Мы получили, что Солнце окажется в том же месте среди звёзд на небе, что и Луна на фотографии, спустя четыре месяца или немного меньше. Значит, съёмка происходила в августе — сентябре.

Ответим на последний вопрос. Обратим внимание, что на изображении есть 14 изображений Луны и только 12 изображений Юпитера. Получается, что в конце съёмки Юпитер находился за кадром и напрямую его азимут измерить нельзя.

Проще всего, дорисовать недостающие изображения Юпитера, экстраполировав на основании нескольких изображений из конца съёмки, когда они ещё попадали в кадр. Тогда последнее изображение Юпитера окажется на расстоянии $38.5x$ от первого изображения Луны, то есть его азимут будет равен примерно $19°$.

Критерии проверки

1. Положение первого снимка Луны **1 балл**
2. Определение масштаба изображения **1 балл**
3. Продолжительность наблюдений 60 ± 10 минут **3 балла**

   Если для определения времени используется одно измерение между соседними изображениями Луны, оценка за этап снижается на **1 балл**.

   Если не рассматривается движение Луны среди звезд, оценка за этап снижается на **1 балл**.
4. Высота Луны в кульминации $8°$–$11°$ **1 балл**
5. Склонение Луны от $-26°$ до $-23°$ **1 балл**
6. Угловое расстояние Луны от Солнца **1 балл**

   В равной мере оценивается и точное измерение, и приближённая оценка фазы.
7. Определение примерной даты наблюдения **1 балл**
8. Подмечено, что в конце съёмки Юпитера нет в кадре **1 балл**
9. Азимут Юпитера от $16°$ до $22°$ **2 балла**

(А. М. Татарников)

Справочные данные

Данные о Солнце, Земле, Луне и Галактике

Светимость Солнца	$L_\odot = 3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
Видимая звёздная величина Солнца	$m_\odot = -26.78^\mathrm{m}$
Абсолютная болометрическая звёздная величина Солнца	$M_\odot = 4.72^\mathrm{m}$
Эффективная температура Солнца	$T_\odot = 5800$ K
Солнечная постоянная	$E_\odot = 1360.8$ Вт м$^{-2}$
Поток солнечной энергии в видимых лучах на расстоянии Земли	$= 600$ Вт м$^{-2}$
Тропический год	$= 365.24219$ сут
Звёздные сутки	$= 23$ ч 56 мин 04 с
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23°26'21.45''$
Синодический месяц	$S_☾ = 29.530\,59$ сут
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_☾ = -12.7^\mathrm{m}$
Число звёзд в нашей Галактике	$= 10 \cdot 10^{11}$
Радиус диска нашей Галактики	$= 20$ кпк
Масса нашей Галактики (в массах Солнца)	$= 2 \cdot 10^{12}$

Астрономические и физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3 кг$^{-1}$ с$^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8$ м с$^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг с$^{-3}$ K^{-4}
Постоянная Планка	$\mathrm{h} = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Дж с
Масса протона	$m_\mathrm{p} = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Астрономическая единица	1 а. е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
Парсек	1 пк $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
Время накопления сигнала глазом	$= 0.05$ с

Формулы приближённого вычисления (при $x \ll 1$)

$$\sin(x) \approx x \qquad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \qquad \operatorname{tg} x \approx x$$

$$\ln(1+x) \approx x \qquad e^x \approx 1 + x \qquad (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

Характеристики Солнца, планет и некоторых спутников

Объект	Большая полуось, а.е.	Эксцен-триситет	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, тыс. км	Осевой период
Солнце				1.989×10^{30}	696	25.38 сут
Меркурий	0.3871	0.2056	87.97 сут	3.302×10^{23}	2.44	58.65 сут
Венера	0.7233	0.0068	224.70 сут	4.869×10^{24}	6.05	243.02 сут
Земля	1	0.0167	365.26 сут	5.974×10^{24}	6.37	23.93 ч
Луна	0.002 57	0.0549	27.322 сут	7.348×10^{22}	1.74	27.32 сут
Марс	1.5237	0.0934	686.98 сут	6.419×10^{23}	3.40	24.62 ч
Юпитер	5.2028	0.0483	11.862 лет	1.899×10^{27}	69.9	9.92 ч
Сатурн	9.5388	0.0560	29.458 лет	5.685×10^{26}	60.3	10.66 ч
Уран	19.1914	0.0461	84.01 лет	8.683×10^{25}	25.6	17.24 ч
Нептун	30.0611	0.0097	164.79 лет	1.024×10^{26}	24.7	16.11 ч