LXXX Московская астрономическая олимпиада (2026 г.)

Теоретический тур. Решения и критерии оценивания

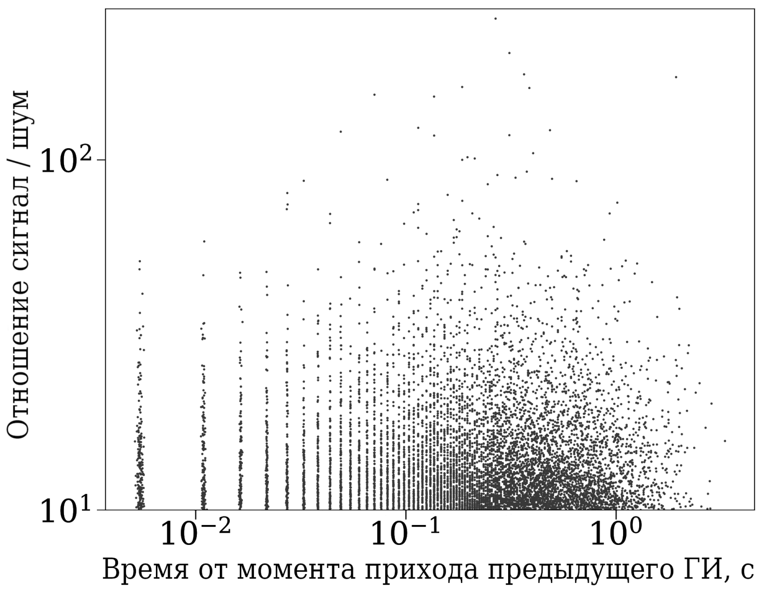
10 класс

Задача 1

Некоторые радиопульсары, кроме обычных импульсов, излучают гигантские импульсы (ГИ) — короткие, но часто очень мощные вспышки. ГИ излучаются нерегулярно, но всегда в те моменты, когда ожидаются обычные импульсы.

На графике представлены результаты наблюдений одного такого пульсара. Каждая точка соответствует одному гигантскому импульсу. По горизонтальной оси отложен интервал времени, прошедший с момента регистрации предыдущего ГИ, а по вертикальной оси — мощность полученного сигнала в единицах мощности шума.

Определите период пульсара. Ответ предоставьте с точностью до двух значащих цифр.



Изображение взято из статьи Simon C.-C. Ho et al. и адаптировано для условия задачи.

Решение. Поскольку гигантские импульсы не могут приходить чаще, чем период пульсара, период соответствует наименьшему интервалу времени между ГИ. На гистограмме это соответствует самому левому столбцу. Определить точное значение периода сходу затруднительно, поскольку шкала логарифмическая, а промежуточные деления на ней отсутствуют.

Решим задачу двумя способами. Можно заметить, что деление 10^{-1} попадает между 18-м и 19-м столбцами. Значит, период пульсара находится в интервале между $0.1/18 \approx 0.0056$ с и $0.1/19 \approx 0.0053$ с. Искомый период находится между этими значениями, то есть 0.0054 с или 5.4 мс.

Измерим линейкой расстояние между двумя соседними делениями на оси абсцисс, например, между 10^{-1} и 10^{-2}. Обозначим его как a. Это расстояние одинаково для любой пары соседних делений. Измерим линейкой расстояние от деления 10^{-2} до первого столбца и обозначим его как b. Воспользуемся следующим свойством логарифмической шкалы: линейному расстоянию на ней соответствует разность логарифмов чисел. Тогда

$$\frac{b}{a} = \frac{\lg 10^{-2} - \lg P}{\lg 10^{-1} - \lg 10^{-2}} = \lg \frac{10^{-2}}{P} \quad \Rightarrow \quad P = 10^{-2} \cdot 10^{-\frac{b}{a}}.$$

К этому же выводу можно прийти чуть иначе. Деление 10^{-3} не попало на график, но мы знаем, что расстояние от него до деления 10^{-2} равно a, а до первого столбца точек — $(a-b)$. Тогда

$$\frac{a-b}{a} = \frac{\lg P - \lg 10^{-3}}{\lg 10^{-2} - \lg 10^{-3}} = \lg \frac{P}{10^{-3}} \quad \Rightarrow \quad P = 10^{-3} \cdot 10^{\frac{a-b}{a}} = 10^{-2} \cdot 10^{-\frac{b}{a}}.$$

Отношение b/a составляет 0.26. Подставив его в формулу, получим $P = 0.0055\,\text{с} = 5.5\,\text{мс}$.

В действительности период пульсара B1820−30A, наблюдался именно он, равен 5.44 мс.

Критерии проверки

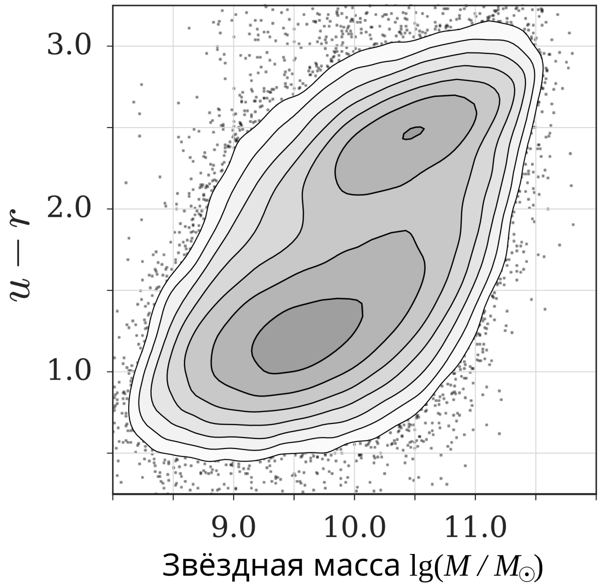
1. Период пульсара соответствует абсциссе самого левого столбца **1 балл**
   Засчитывается любое другое правильное описание величины, которую надо измерить для получения ответа. Например, расстояние между соседними столбцами.
2. Получен ответ любым правильным методом в диапазоне (5.3, 5.6 мс) **3 балла**
   Если ответ не попадает в указанный диапазон, то оценка по этому критерию снижается на 1 балл за каждую 0.1 мс дополнительной погрешности.

Максимальная оценка за задачу **4 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 2

Вам предоставлена диаграмма,построенная для большой выборки галактик. По вертикальной оси отложен цвет галактики в виде показателя цвета $u - r$, а по горизонтальной оси — звёздная масса галактики (масса звёздной компоненты). Чем темнее цвет карты, тем больше точек-галактик находится в данной области. Поясните, почему распределение галактик на этой диаграмме имеет бимодальный характер. Обозначьте на данной диаграмме положение следующих галактик: Большое Магелланово Облако и Галактика Млечный Путь.



Изображение взято из статьи Weigel et al. и адаптировано для условия задачи.

Широкополосная фотометрическая система проекта SDSS включает в себя 5 полос. Полоса u имеет среднюю длину волны 350 нм и ширину 60 нм, а полоса r — среднюю длину волны 620 нм и ширину 140 нм.

Решение. Полоса u соответствует ближнему ультрафиолетовому диапазону спектра, тогда как полоса r относится к красной части видимого диапазона. В ультрафиолетовом диапазоне излучают в основном самые горячие звёзды спектральных классов O и B, а в красной области преобладает излучение холодных звёзд поздних спектральных классов. Показатель цвета — это разность звёздных величин в соответствующих фильтрах. Чем больше значение показателя цвета $u - r$, тем сильнее в излучении галактики доминируют холодные звёзды.

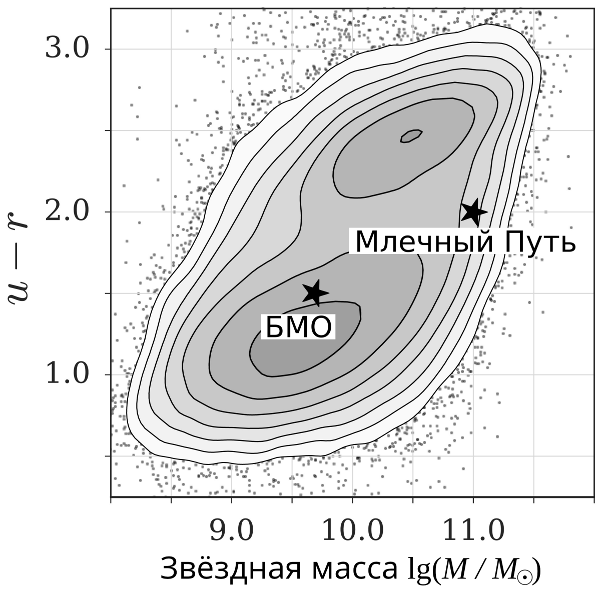
К холодным звёздам относятся как молодые звёзды главной последовательности малой массы, так и старые красные гиганты, тогда как горячие и массивные OB-звёзды существуют только в молодых популяциях. Таким образом, цвет галактики определяется долей массивных молодых звёзд: чем их больше, тем меньше значение $u - r$. Массивные звёзды имеют короткое время жизни, поэтому галактики с низким значением показателя цвета отличаются высоким темпом звездообразования. Для поддержания активного звездообразования необходимо наличие достаточного количества холодного межзвёздного газа.

Галактики делятся на звездообразующие (с высоким темпом звездообразования) и незвездообразующие (с низким темпом или полным отсутствием звездообразования). Можно сказать, что галактики по активности звездообразования делятся на активные и пассивные. Первые — это в основном галактики поздних типов (спиральные и неправильные), вторые — ранних типов (линзовидные и эллиптические). Бимодальность распределения означает, что звездообразование в галактиках имеет вспышечный характер и быстро затухает, то есть галактики очень быстро переходят из области активного звездообразования в пассивное состояние и теряют способность рождать новые звёзды. Поэтому в промежуточной области (так называемой «зелёной долине») галактик наблюдается мало.

Горизонтальная ось позволяет разделять галактики по размеру или массе. При малых значениях встречаются галактики-карлики. Это могут быть красные — карликовые эллиптические галактики или синие — неправильные галактики. При больших значениях звёздной массы мы видим гигантские эллиптические или спиральные галактики.

Теперь ответим на второй вопрос задачи и обозначим, где на этой диаграмме должны быть Галактика Млечный Путь и Большое Магелланово Облако.

1. Млечный Путь – это дисковая галактика с умеренным темпом звездообразования. Масса звёздной компоненты порядка $10^{11}\ M_\odot$. Умеренное звездообразование помещает её в область «зелёной долины». Показатель цвета Млечного Пути $u-r \approx 2$.
2. Большое Магелланово Облако — галактика-спутник Млечного Пути, которая на пару порядков легче него. В ней идёт активное звездообразование. Её звёздная масса оценивается примерно в $5 \cdot 10^9\ M_\odot$, а показатель цвета составляет около 1.5.



Замечание. В справочных данных приведена полная масса Млечного Пути $2 \cdot 10^{12}\ M_\odot$, исходя из которой некоторые участники сделали вывод, что Млечный Путь не попадает на график. Надо учесть, что по горизонтальной оси отложена масса звёзд в галактиках, а до 90% полной массы в нашей галактике приходится на тёмную материю. Также в справочных данных было дано число звёзд в Галактике. Как бы ни проводилась оценка массы, она должна была составить около $10^{11}\ M_\odot$

Критерии проверки

1. Правильное описание природы двух областей на графике **2 балла**

   Утверждение о различии темпов звездообразования в галактиках оценивается в 1 балл при условии отсутствия явных физических ошибок в решении. Второй балл выставляется за утверждение о быстром переходе между режимами с высоким и низким темпами звездообразования — объяснение «зелёной долины».

   Объяснение характера бимодальности через морфологические типы галактик не оценивается.

2. Правильное положение БМО и Млечного Пути на графике **$1 + 1$ балл**

   От участников не требуется знание точного значения показателя цвета или массы звёздной компоненты галактик. Достаточно, если БМО указано в области лёгких голубых галактик, а МП в области «зелёной долины» при правильной оценке массы звёздной компоненты. Тем не менее эти выводы должны быть разумно обоснованы. В частности, оценка не ставится, если утверждается, что нижний левый максимум соответствует более красным (холодным, старым) галактикам, или вообще не рассматривается показатель цвета для выбора положения БМО и МП

Максимальная оценка за задачу **4 баллов**.

(В. С. Гораджанов, В. Б. Игнатьев)

Задача 3

В марте 1990 года космический аппарат «Вояджер-1» сделал знаменитый снимок «Бледно-голубая точка» — фотографию Земли с рекордного на тот момент расстояния. Аппарат удалялся от Земли в направлении созвездия Геркулеса, вблизи границы с созвездием Змееносец. Радиосигнал от космического аппарата до Земли шёл примерно 5.6 часа. Определите звёздную величину Земли на этой фотографии, если её альбедо равно 0.31.

Решение. При наблюдении с Земли Солнце проходит через созвездие Змееносца в начале декабря. В это время наблюдается соединение «Вояджера-1» с Солнцем. Спустя четверть года, в начале марта угол «Вояджер-1» — Земля — Солнце составляет около 90°, то есть при наблюдении с космического аппарата видна только половина диска Земли. Иными словами, фаза Земли $\Phi = 0.5$.

Как известно, свет от Солнца до Земли идёт примерно 500 с, что соответствует расстоянию $a_0 = 1$ а. е. Тогда расстояние от «Вояджера-1» до Земли составляет

$$d = \frac{5.6\,\text{часа} \cdot 3600\,\text{с/час}}{500\,\text{с}} 1\,\text{а. е.} = 40.32\,\text{а. е.}$$

Звёздную величину Земли можно найти с помощью формулы Погсона:

$$m = m_\odot - 2.5 \lg \frac{E_\oplus}{E_\odot},$$

где $m_\odot$ — видимая звёздная величина Солнца с «Вояджера-1», а $E_\oplus$ и $E_\odot$ — освещённости, создаваемые Землёй и Солнцем соответственно. Освещённость, создаваемая Солнцем:

$$E_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi l^2},$$

где $L_\odot$ — светимость Солнца, а l — расстояние Вояджера от Солнца. Освещённость, создаваемая Землёй:

$$E_\oplus = \frac{L_\odot}{4\pi a_0^2} \frac{\pi R_\oplus^2 A \Phi}{4\pi d^2},$$

где $R_\oplus$ — радиус Земли, а A — её альбедо. Видимую с космического аппарата звёздную величину Солнца можно вычислить, зная видимую величину Солнца при наблюдении с Земли $m_{\odot,0}$ (см. справочные данные):

$$m_\odot = m_{\odot,0} - 2.5 \lg \frac{a_0^2}{l^2}.$$

Поскольку угол «Вояджер-1» — Земля — Солнце мы приняли равным 90°, расстояния l, d и a_0 связаны теоремой Пифагора, но из-за малости a_0 по сравнению с d можно считать, что $l \approx d$. Тогда искомая звёздная величина

$$m = m_{\odot,0} - 2.5 \lg \frac{a_0^2}{d^2} - 2.5 \lg \frac{R_\oplus^2 A \Phi}{4 a_0^2} = m_{\odot,0} - 2.5 \lg \frac{R_\oplus^2 A \Phi}{4 d^2} =$$

$$= -26.78^m - 2.5 \lg \frac{6400^2 \cdot 0.31 \cdot 0.5}{4 \cdot (40.32 \cdot 1.496 \cdot 10^8)^2} \approx 6.6.$$

Узнать больше об этой знаменитой фотографии можно здесь.

Критерии проверки

1. Верное вычисление расстояние от Вояджера до Земли в момент наблюдения **1**
2. Верное определение положения Земли относительно Солнца **1**
3. Верное определение фазы Земли в момент наблюдения **1**
4. Верный учёт альбедо при вычислениях **1**
5. Верное использование расстояния при вычислениях блеска Земли **2**
6. Верный учёт фазы при вычислениях блеска **1**
7. Верный численный ответ **1**

   Последний балл выставляется только при полностью правильном решении без ошибок на промежуточных этапах.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

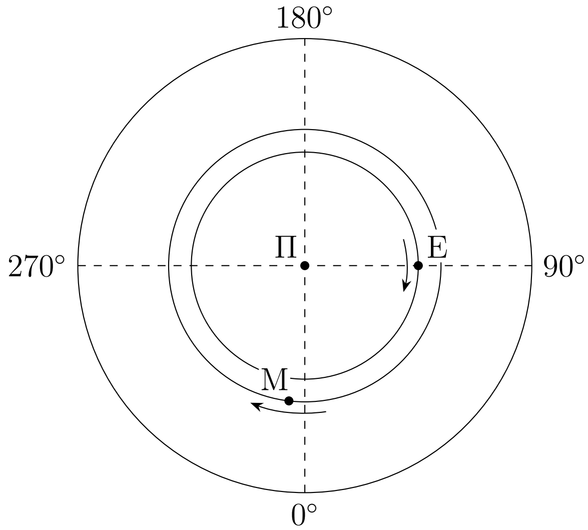
(А. М. Татарников, Е. Н. Фадеев)

Задача 4

Координаты северного полюса мира Марса в земной эклиптической системе: $\lambda = 353.3°$, $\beta = 63.3°$. На марсианской небесной сфере точку весеннего равноденствия определяют по тем же правилам, что и на земной. Из-за прецессии марсианская точка равноденствия смещается со скоростью $7.58''$ в год, причём направление этого смещения совпадает с направлением прецессии земной точки равноденствия. Определите, через какой промежуток времени полюса мира Земли и Марса окажутся наиболее близко друг к другу на небесной сфере и какое угловое расстояние будет их разделять в этот момент. Считать орбиты планет лежащими в одной плоскости.

Решение. Прецессионные круги для обеих планет имеют одинаковый центр — полюс эклиптики, который по условию задачи совпадает. Тогда оба полюса мира вращаются вокруг полюса эклиптики по концентрическим окружностям.

На рисунке изобразим проекцию небесной сферы со стороны северного полюса эклиптики. В центре рисунка находится северный полюс эклиптики П, северный полюс мира Земли (E) располагается в точке с эклиптической долготой 90° на расстоянии $\varepsilon = 23.5°$ от П, а северный полюс мира Марса (M) — точке с эклиптической долготой λ на расстоянии $90° - \beta$ от П. Оба полюса мира движутся вокруг полюса эклиптики по часовой стрелке по своим прецессионным кругам.



Из рисунка сразу следует ответ на второй вопрос — минимальное расстояние между полюсами мира равно разности радиусов их прецессионных кругов:

$$\Delta\beta = 90° - \beta - \varepsilon = 3.2°.$$

Скорость прецессии земной оси выше, чем оси Марса, следовательно, земной полюс мира догоняет марсианский, который его опережает на угол

$$\Delta\lambda = 90° + 360° - \lambda = 96.7°.$$

Хорошо известно, что прецессия земной оси осуществляется с периодом около $T_\oplus = 25700$ лет.

Далее можно решать задачу несколькими способами. Определим период прецессии оси Марса:

$$T_{♂} = \frac{360° \cdot 3600}{7.58} \approx 170\,000\,\text{лет.}$$

Тогда синодический период, то есть период обращения одного полюса относительно другого:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{♂}} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{T_{♂} T_{\oplus}}{T_{♂} - T_{\oplus}} \approx 30\,300\,\text{лет.}$$

Тогда на угол $\Delta\lambda$ угловое расстояние между полюсами изменяется за

$$t = \frac{\Delta\lambda}{360°} S \approx 8100\,\text{лет.}$$

С другой стороны, точка весеннего равноденствия на земном небе движется со скоростью $\frac{360°\cdot 3600}{25700} \approx 50.4''$ в год. Это значение, точнее $50.3''$ в год, можно считать известной величиной, как и период прецессии. Тогда относительная скорость точек равноденствия $50.3 - 7.6 = 42.7°$ в год. С такой скоростью угол $\Delta\lambda$ будет пройден за время

$$t = \frac{96.7° \cdot 3600}{42.7} \approx 8150\,\text{лет.}$$

Критерии проверки

1. Минимальное расстояние между полюсами	**2 балла**
2. Правильное направление движения полюсов	**1 балл**
3. Угловое расстояние, разделяющее полюса	**1 балл**
4. Синодический период полюсов / относительная угловая скорость	**2 балла**
5. Правильный ответ: формула	**1 балл**
6. Правильный ответ: значение	**1 балл**

Выставляется только при полностью правильном решении.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(В. Б. Игнатьев)

Задача 5

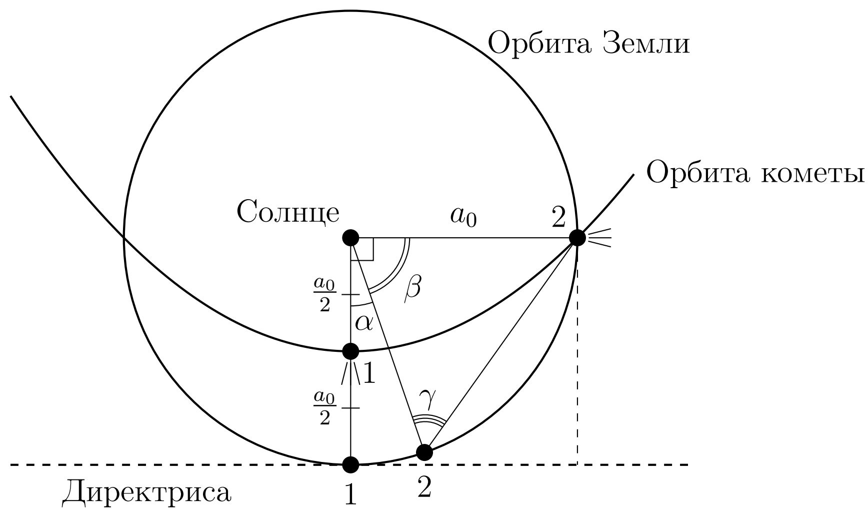
Комета движется по параболической орбите в плоскости эклиптики. 1 марта она прошла перигелий на расстоянии 0.5 а. е. от Солнца, находясь в этот момент в нижнем соединении для наблюдателя на Земле. Векторы скоростей Земли и кометы в этот момент были сонаправлены. Спустя 19 дней расстояние от Солнца до кометы увеличилось до 1 а. е.

1. В направлении какого созвездия можно было наблюдать комету с Земли в этот день (через 19 дней после перигелия)?
2. На каком расстоянии от Земли находилась комета в этот момент?
3. С какой стороны от Солнца (западной или восточной) было видно комету?

Орбиту Земли считайте круговой.

Решение. Проще всего подойти к решению этой задачи, воспользовавшись геометрическим определением параболы. А именно, параболой называется геометрическое место точек равноудалённых от заданной точки (фокуса) и заданной прямой (директрисы), не проходящей через эту точку. При движении по орбите в фокусе параболы находится Солнце.

Комета в перигелии оказалась на равном расстоянии от Солнца и от Земли. Из этого следует, что директриса параболической орбиты проходит в этот момент через Землю и перпендикулярна направлению на Солнце (положение 1 на рисунке). Спустя 19 дней расстояние от Солнца до кометы составляет уже 1 а. е., а значит, такое же расстояние от кометы до директрисы. Следовательно, относительно Солнца комета повернулась на 90° (положение 2 на рисунке).



Комета оказалась на орбите Земли. За 19 суток Земля, двигаясь по орбите, прошла дугу $\alpha = \frac{19}{365.25} \cdot 360° \approx 18.7°$. Тогда угол Земля — Солнце — комета равен $\beta = 90° - 18.7° = 71.3°$. Треугольник Солнце — Земля — комета равнобедренный. Угол при Земле в этом треугольнике равен $\gamma = (180° - \beta)/2 = 54.35°$.

За 19 дней, к 20 марта, Солнце на небе сместилось на угол α и оказалось вблизи точки весеннего равноденствия, то есть в созвездии Рыбы. Комета видна на угловом расстоянии γ к западу от Солнца в том месте, где Солнце было за $\frac{\gamma}{360°} \cdot 365.25 \approx 55$ дней до 20 марта, то есть 24 января. В это время Солнце находится в Козероге, вблизи границы со Стрельцом.

Пусть $a_0 = 1$ а. е. — радиус орбиты Земли. Тогда расстояние между Землёй и кометой можно найти с помощью теоремы косинусов:

$$l = \sqrt{a_0^2 + a_0^2 - 2a_0a_0\cos\beta} = \sqrt{2 - 2\cos 71.3^\circ} \approx 1.17\,\text{а. е.}$$

Критерии проверки

1. Комета повернулась относительно Солнца на 90° **1 балл**
2. Угол, на который повернулась Земля за то же время (α) **1 балл**
3. Угол Солнце — Земля — комета (γ) **1 балл**
4. Созвездие, в котором наблюдается комета в точке 2 **2 балла**
5. Расстояние до кометы в точке 2 **2 балла**
6. Комета к западу от Солнца **1 балл**

   Если вместо нижнего используется верхнее соединение или перепутано направление движения кометы, или даже и то и другое одновременно, но остальные вычисления сделаны верно, то итоговая оценка уменьшается на 3 балла.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

Замечание. В текст условия этой задачи закралась опечатка: двигаясь по параболической орбите, комета никак не может за 19 дней успеть добраться до орбиты Земли, по крайней мере, если у неё нет двигателя. Правильное значение — 39 дней. Тем не менее, выбранный метод решения остаётся верным.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 6

Вторая космическая скорость на поверхности сферической планеты равна u_0. Если подняться на высоту $h_1 = 1000$ км над поверхностью планеты, то параболическая скорость на этой высоте станет равна первой космической скорости на поверхности планеты. На высоте, в два раза большей, чем h_1, период обращения вокруг планеты равен $T_2 = 8$ часам. Определите:

A. Вторую космическую скорость на поверхности планеты,
B. Радиус планеты,
C. Массу планеты,
D. Среднюю плотность планеты.

Решение. Как хорошо известно, первая космическая скорость равна

$$v = \sqrt{\frac{GM}{L}},$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, а L — расстояние до её центра. Вторая космическая скорость может быть выражена через первую как

$$u = \sqrt{2}v = \sqrt{\frac{2GM}{L}}.$$

Величину L нам будет удобно выражать в виде суммы радиуса планеты R и высоты над поверхностью планеты h: $L = R + h$. Тогда

$$v_h = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}, \quad u_h = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}.$$

Теперь с помощью введённых обозначений запишем первое условие задачи — равенство параболической скорости на высоте h_1 и первой космической скорости на поверхности планеты:

$$u_1 = v_0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2GM}{R+h_1}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{2}{R+h_1} = \frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad 2R = R + h_1 \quad \Rightarrow \quad R = h_1 = 1000\,\text{км}.$$

Из второго условия мы можем определить круговую скорость на высоте $h_2 = 2h_1$:

$$v_2 = \frac{2\pi(R+h_2)}{T} = \frac{2\pi(1000+2000)}{8 \cdot 3600} \approx 0.654\,\text{км/с} \approx 654\,\text{м/с}.$$

Зная скорость и радиус орбиты, можем определить массу из определения первой космической скорости:

$$M = \frac{v_2^2(R+h_2)}{G} = \frac{(654\,\text{м/с})^2(1000+2000)\cdot 10^3\,\text{м}}{6.67\cdot 10^{-11}\,\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2} = 1.9\cdot 10^{22}\,\text{кг}.$$

Зная радиус и массу планеты, нетрудно определить её среднюю плотность:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx 4500\,\text{кг/м}^3.$$

Осталось ответить на первый вопрос задачи: вычислить вторую космическую скорость. Можно напрямую подставить значения во вторую формулу, а можно воспользоваться тем, что мы уже вычислили первую космическую скорость на высоте h_2. Тогда

$$u_0 = \sqrt{2}v_0 = \sqrt{2}v_2\sqrt{\frac{R+h_2}{R}} = \sqrt{2}v_2\sqrt{\frac{R+2R}{R}} = \sqrt{6}\cdot v_2 = \sqrt{6}\cdot 0.654\,\text{км/с} \approx 1.6\,\text{км/с}.$$

Критерии проверки

1. Формулы 1-й и 2-й космических скоростей	**1 + 1 балл**
2. Определен радиус планеты	**1 балл**
3. Масса планеты: формула + значение	**1 + 1 балла**
4. Плотность планеты: формула + значение	**1 + 1 балла**
5. Числовое значение u_0	**1 балл**

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(В. Б. Игнатьев)

Задача 7

Это комбинированное негативное изображение окрестностей северного полюса Сатурна составлено из фотографий, полученных космическим аппаратом «Кассини», который работал в системе планеты с 2004 по 2017 год. Этот снимок стал первым изображением знаменитого шестиугольного вихря, выполненным «Кассини» в видимом диапазоне.

1. Когда (год, месяц) могла быть сделана эта фотография?
2. Какой полюс Сатурна (северный или южный) будет доступен для наблюдения с Земли в ближайшем будущем, если в конце марта 2025 года кольца планеты были видны «с ребра»?

Длина стороны шестиугольника составляет около 14 000 км. Наклон оси вращения Сатурна к его плоскости орбиты равен 27°. В момент съёмки «Кассини» располагался на расстоянии, значительно превышающем радиус планеты. Сжатием Сатурна пренебрегите.

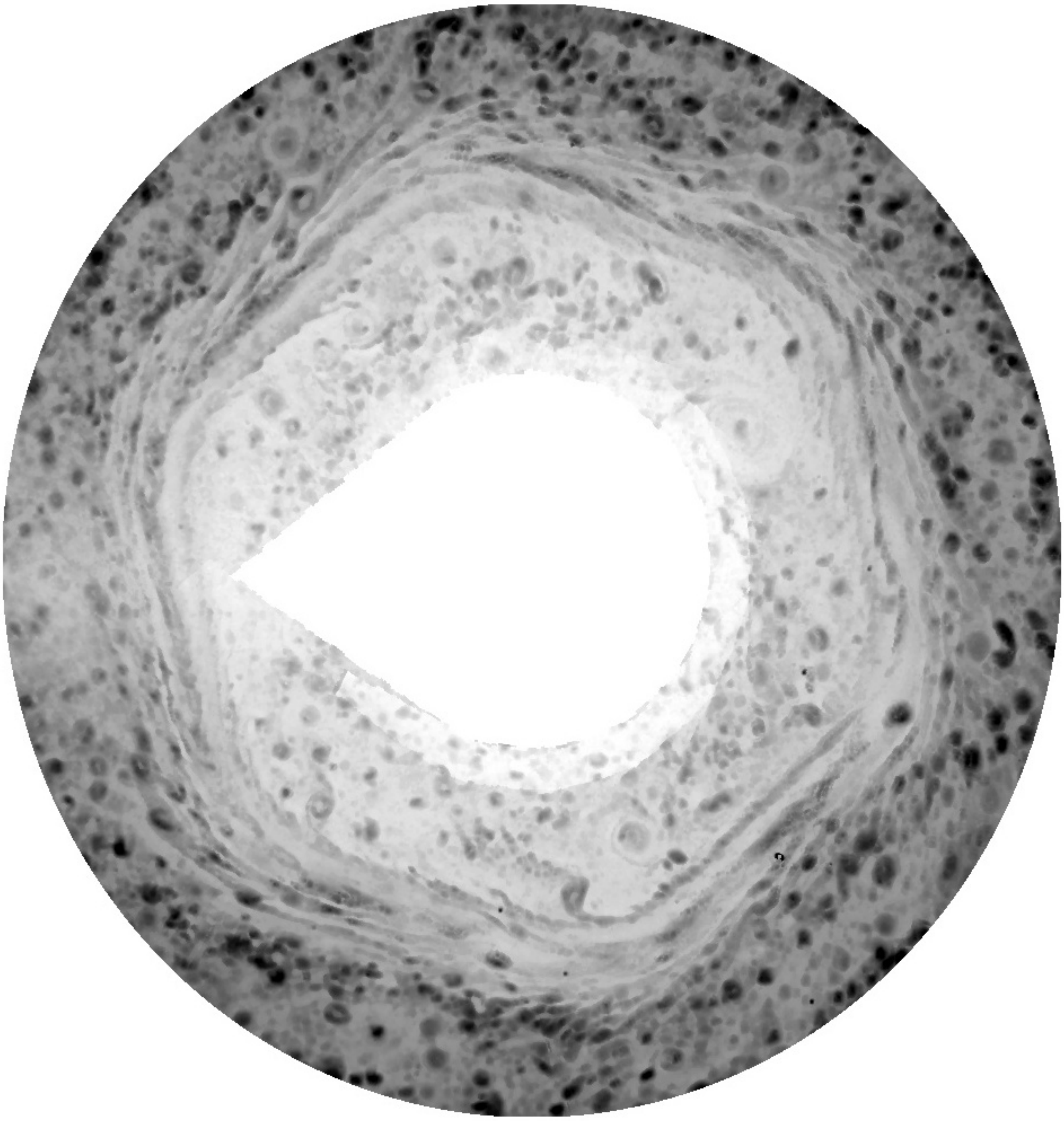
Решение. На изображении представлены окрестности северного полюса Сатурна, за исключением небольшой области непосредственно у самого полюса. Поскольку изображение дано в негативных цветах, тёмные участки соответствуют освещённым Солнцем областям, а светлые — находящимся в тени. Таким образом, светлая область вблизи полюса означает, что он находится в тени. Следовательно, на момент съёмки Солнце находилось неглубоко под горизонтом для наблюдателя на северном полюсе, и наблюдения происходят вблизи момента равноденствия: либо незадолго после того, как на северном полюсе началась полярная ночь (осеннее равноденствие), либо незадолго до того, как на нём наступит день (весеннее равноденствие).

Здесь надо отметить два важных момента. Во-первых, тёмный «угол» в левой части тени физически к ней не имеет никакого отношения. Это изображение собрано из большого числа фотографий, а для этой области Сатурна снимка не нашлось. Во-вторых, не стоит считать, что на изображение показан весь диск Сатурна, видимый с космического аппарата. В условии сказано, что аппарат во время съемки находился на большом расстоянии от планеты. Следовательно, если предположить, что на изображении мы видим весь диск Сатурна, то на краях должны быть околоэкваториальные области, однако, как мы покажем ниже, в действительности эти области лежат примерно в 20° от полюса.

Период обращения Сатурна вокруг Солнца $P = 29.5$ лет (см. справочные данные). Раз в марте 2025 года кольца были видны «с ребра», то Солнце в этот момент находилось точно в их плоскости, что соответствует равноденствию на Сатурне. Пренебрегая эллиптичностью орбиты Сатурна, делаем вывод, что предыдущее равноденствие произошло на 14.75 лет раньше, то есть летом 2010 года.

В условии сказано, что это первая фотография шестиугольного вихря, полученная «Кассини» в оптическом диапазоне. Мы видим, что космический аппарат довольно долго работал в окрестностях Сатурна до 2010 года и, очевидно, не мог сфотографировать шестиугольник только потому, что он находился в тени. Значит, фотография была сделана ранее лета 2010 года.

Определим, насколько раньше. Измерив линейкой длинную диагональ (соединяющую противоположные вершины) шестиугольного вихря и диаметр тени, получим, что они соотносятся примерно как 2 : 1. Следовательно, радиус тени равен половине длины стороны шестиугольни-



Фотография с сайта https://ciclops.org/. Цвет инвертирован для печати.

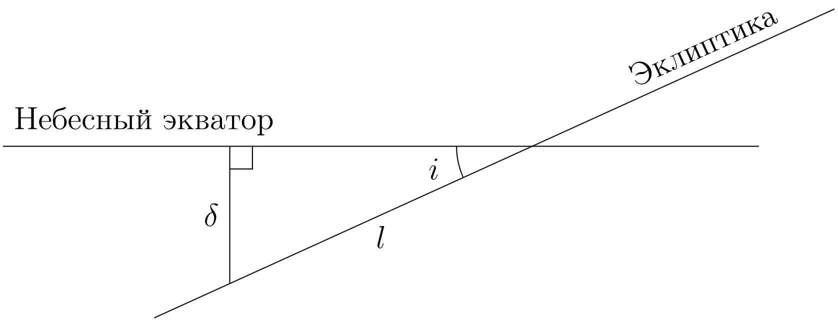
ка: $r = 7000\,\text{км}$. Это расстояние соответствует дуге меридиана

$$\alpha = \arcsin\frac{r}{R} = \arcsin\frac{7000\,\text{км}}{60\,300\,\text{км}} \approx 7^\circ.$$

Отметим, что в таком случае вершина шестиугольника находится в 14° от полюса, а значит, не будет большой ошибкой считать всё изображение плоским, что мы выше неявно и сделали. Погрешность, возникающая при таком приближении, очевидно, меньше, чем от определения длины стороны шестиугольника на изображении.

Значит, склонение Солнца в сатурнианской системе координат составляет $\delta = -7^\circ$. Эклиптика и экватор в этой системе координат пересекаются под углом $i = 27^\circ$. Тогда Солнцу осталось пройти до точки равноденствия дугу

$$l = \frac{|\delta|}{\sin i} \approx 15°.$$



Это произойдёт за время

$$t = \frac{l}{360°} \cdot P \approx 1.5\,\text{года}.$$

Поскольку равноденствие наступило летом 2010 года, снимок был сделан примерно за 1.5 года до этого, то есть в начале 2009 года.

Угловой размер Солнца при наблюдении с орбиты Сатурна весьма невелик, поэтому в нашем довольно оценочном решении его учитывать не нужно.

После 2010 года северное полушарие Сатурна оставалось освещённым вплоть до следующего равноденствия, которое произошло в 2025 году. Значит, в ближайшие после марта 2025 года Солнце будет освещать южное полушарие, и для земного наблюдателя будет доступен для наблюдений только южный полюс Сатурна.

Комментарий. Фотографии для этого изображения были получены 3 января 2009 года.

Критерии проверки

1. Примерная дата предыдущего равноденствия на Сатурне **1 балл**
2. Изображение получено до равноденствия 2010 года **1 балл**
3. Линейный размер тени **2 балла**
4. На какой угол по широте простирается тень **1 балл**
5. Склонение Солнца **1 балл**
6. Угловое расстояние, которое осталось пройти Солнцу **2 балла**
7. Время до равноденствия **2 балла**
8. Для наблюдения будет доступен южный полюс Сатурна **2 балла**

Ответ без правильного доказательства не оценивается.

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

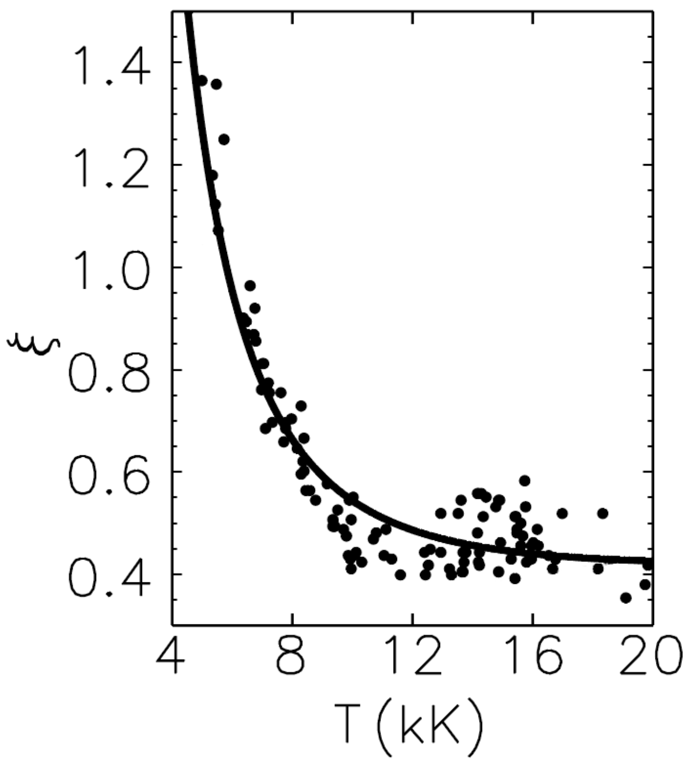
Задача 8

Метод расширяющихся оболочек — это метод определения расстояний до сверхновых второго типа. Метод основан на предположении, что разлетающаяся оболочка сверхновой излучает как чёрное тело, начиная примерно с 5–10-го дня после взрыва. Последующие исследования показали, что излучение оболочки близко к чернотельному и отличается на безразмерный коэффициент дилюции ξ^2, который равен отношению принимаемого потока излучения от объекта F к потоку от абсолютно чёрного тела с такими же температурой и радиусом:

$$\xi^2 = \frac{F}{F_{bb}}.$$

В таблицах вам предоставлены данные фотометрии сверхновой в фильтрах V и B и скорости разлёта оболочки после вспышки, а также зависимость болометрической поправки BC в полосе V от температуры. Время указано от момента максимума блеска. На графике показана зависимость коэффициента ξ от температуры, выраженной в тысячах кельвин.

Время, дни	Скорость, км/с	Видимая зв. вел. в фильтре V	Видимая зв. вел. в фильтре B
7.9	10276	13.81	13.80
8.9	9721	13.79	13.80
9.9	8981	13.79	13.82
10.9	8410	13.79	13.84
11.9	8314	13.81	13.88
12.9	8026	13.84	13.92
13.8	8080	13.84	13.95
14.4	7642	13.86	13.98
15.4	7221	13.85	14.01
16.1	7215	13.84	14.04
26.4	5611	13.86	14.47
29.4	5110	13.88	14.58
31.4	4902	13.90	14.65
35.4	4623	13.94	14.79
39.4	4310	13.93	14.87
42.6	3809	13.92	14.93
45.4	3785	13.93	14.97
49.4	3836	13.91	15.00
42.4	3747	13.93	15.05
54.3	3500	13.94	15.08
81.4	2714	14.04	15.40
70.3	2430	14.26	15.72
101.3	2504	14.28	15.74



T, K	BC	T, K	BC	T, K	BC
3500	−2.30	7000	0.03	10500	−0.36
4000	−1.12	8000	0.02	11000	−0.47
4500	−0.60	8500	0.00	11500	−0.58
5000	−0.29	9000	−0.06	12000	−0.68
5500	−0.14	9500	−0.15	13000	−0.89
6000	−0.04	10000	−0.25	14000	−1.07

Для оценки температуры абсолютного чёрного тела воспользуйтесь зависимостью[1]

$$T = 4600\left(\frac{1}{0.92(B-V)+1.7} + \frac{1}{0.92(B-V)+0.62}\right).$$

Определите расстояние до сверхновой, считая, что она видна высоко над плоскостью Млечного Пути.

Подсказка. В первые десятки дней оболочка расширяется практически в пустоте, не взаимодействуя с межзвёздной средой, так как она была выметена излучением звезды — прародительницы сверхновой.

Решение. Светимость абсолютно чёрного тела можно определить с помощью формулы

$$L_{bb} = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

где R — радиус тела, T — его температура, а σ — постоянная Стефана — Больцмана. В условии сказано, что светимость оболочки отличается от этой величины на коэффициент ξ^2:

$$L = \xi^2 L_{bb} = \xi^2 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Для вычисления L нам необходимо определить три величины: ξ, R и T.

Нам известно, что оболочка расширяется в вакууме, то есть разлетающееся вещество не тормозится. При этом из таблицы видно, что скорость оболочки непрерывно уменьшается. Происходит это потому, что оболочка — это не тонкая сферическая поверхность; она заполнена веществом. Каждый нижележащий слой разлетающейся оболочки летит с меньшей скоростью, чем верхний. Сначала мы видим самый верхний слой оболочки, выполняющий роль фотосферы. Со временем он высвечивает энергию, остывает и становится оптически прозрачным. Тогда наблюдениям становится доступен более низкий, а следовательно, более медленный слой, который принимает на себя функции фотосферы. Таким образом, для каждого момента времени в таблице указана скорость расширения того слоя, излучение которого принимается.

Поскольку в условии задачи временной ряд данных представлен от момента взрыва, то радиус оболочки можно определить по данным из таблицы.

$$R_i = v_i \cdot t_i,$$

где v_i — скорость слоя оболочки, t_i — время от момента взрыва.

Примечание. В общем случае, учёные решают согласованную задачу, определяя одновременно расстояния до объекта и момент начала разлёта оболочки, поскольку момент начала вспышки обычно неизвестен.

Возможная ошибка, которую может совершить участник. Возможно представить модель, что скорость расширения оболочки замедляется, поэтому стоит рассчитывать расстояние по формуле

$$R_i = R_{i-1} + v_i \Delta t_i.$$

Как показано выше, такая модель неверна и приведёт к неверному результату.

[1] F. J. Ballesteros

Температуру излучающего слоя в каждый момент времени T_i, излучение которого мы видим, можно определить по заданной в условии зависимости, вычислив предварительно показатель цвета $(B-V)_i$.

Зная температуру, можем определить фактор дилюции, а точнее, поправочный коэффициент расстояния ξ. Для этого воспользуемся данным графиком зависимости $\xi(T)$. Запишем в таблицу результаты проведённых измерений.

T, K	ξ
10 000	0.54
9 000	0.59
8 000	0.66
7 000	0.78
6 000	0.96
5 500	1.08
5 300	1.16
5 000	1.26
4 750	1.37

Стоит отметить, что при уменьшении температуры ниже 6000 K ξ начинает быстро расти, что уменьшает точность определения этой величины, а для температур ниже 4750 K — выходит за границы графика.

Примечание. Астрофизическое обоснование этого роста следующее. Если рассматривать оболочку по массовой координате, а не по радиальной, то фотосфера движется внутрь сброшенной оболочки к центру, а снаружи (между фотосферой и наблюдателем) становится всё больше и больше холодного вещества, богатого металлами. Оно прозрачно для непрерывного излучения, но в линиях поглощения металлов уже непрозрачно. Поэтому излучение перераспределяется по спектру в красную область и постепенно перестаёт быть похожим на чернотельное. Формально фактор дилюции это учитывает, но одного этого параметра для корректных вычислений для низких температур становится мало.

Занесём вычисленные ξ, R и T в таблицу для каждого момента времени, а также вычислим светимость L_i, выразив её в светимостях Солнца $L_\odot$.

Следующий шаг — это определение абсолютной звёздной величины:

$$M_i = M_\odot - 2.5 \lg \frac{L_i}{L_\odot}.$$

Здесь мы воспользовались абсолютной звёздной величиной Солнца, которая приведена в справочных данных: $M_\odot = 4.72^m$. Зная видимую (V) и абсолютную звёздные величины, можно определить расстояние до сверхновой для каждого момента времени. Но сначала обратим внимание, что нам известны болометрические абсолютные звёздные величины, а видимые только в фильтрах V и B. Для перевода звёздных величин в полосе V нужно воспользоваться болометрической поправкой. Если для температур 6000–9000 K эта поправка невелика и её неучёт не приведёт к заметной ошибке, то за пределами этого диапазона ошибка будет достаточно заметна. Отдельно стоит отметить, что в условии даны поправки к фильтру V.

Использование звёздной величины в фильтре B для определения расстояния неправильно.

$$M_i - V_i - BC_i = 5 - 5\lg r_i \qquad \Rightarrow \qquad r_i = 10^{0.2(V_i + BC_i + 5 - M_i)}.$$

Результаты всех вычислений сведём в таблицу. Радиус оболочки будем вычислять в радиусах Солнца $R_\odot$, а светимость — в светимостях Солнца. Мы не включаем строки, для которых невозможно определить из графика поправочный коэффициент расстояния ($T < 4750$ K).

Дни	v, км/с	V	B	$B-V$	T, K	ξ	$R, R_\odot$	$L, L_\odot$	M	BC	r, Мпк
7.9	10276	13.81	13.80	−0.01	10252	0.53	10470	$3.0\cdot10^8$	−16.49	−0.31	10.0
8.9	9721	13.79	13.80	0.01	10002	0.54	10740	$3.0\cdot10^8$	−16.47	−0.25	10.0
9.9	8981	13.79	13.82	0.03	9766	0.55	11037	$3.0\cdot10^8$	−16.47	−0.20	10.3
10.9	8410	13.79	13.84	0.05	9542	0.56	11380	$3.0\cdot10^8$	−16.47	−0.16	10.5
11.9	8314	13.81	13.88	0.07	9328	0.57	12282	$3.3\cdot10^8$	−16.58	−0.12	11.3
12.9	8026	13.84	13.92	0.08	9226	0.58	12853	$3.5\cdot10^8$	−16.65	−0.10	11.9
13.8	8080	13.84	13.95	0.11	8932	0.59	13842	$3.8\cdot10^8$	−16.72	−0.05	12.7
14.4	7642	13.86	13.98	0.12	8839	0.60	13661	$3.6\cdot10^8$	−16.68	−0.04	12.6
15.4	7221	13.85	14.01	0.16	8486	0.62	13805	$3.4\cdot10^8$	−16.61	0.00	12.4
16.1	7215	13.84	14.04	0.20	8163	0.65	14420	$3.4\cdot10^8$	−16.62	0.01	12.4
26.4	5611	13.86	14.47	0.61	5929	0.97	18389	$3.5\cdot10^8$	−16.64	−0.05	12.3
29.4	5110	13.88	14.58	0.70	5602	1.06	18650	$3.4\cdot10^8$	−16.60	−0.12	11.8
31.4	4902	13.90	14.65	0.75	5436	1.11	19108	$3.4\cdot10^8$	−16.62	−0.16	11.8
35.4	4623	13.94	14.79	0.85	5134	1.21	20316	$3.7\cdot10^8$	−16.70	−0.25	12.0
39.4	4310	13.93	14.87	0.94	4892	1.30	21080	$3.8\cdot10^8$	−16.74	−0.36	11.5
42.6	3809	13.92	14.93	1.01	4719	1.38	20143	$3.4\cdot10^8$	−16.61	−0.46	10.3

Полученные значения расстояния несколько отличаются для разных измерений. Это ожидаемо, поскольку исходные экспериментальные данные содержали погрешности. Поэтому итоговым значением будет среднее значение расстояния

$$\bar{r} = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N} r_i = 11.5\,\text{Мпк}.$$

Для оценки погрешности сначала вычислим стандартное отклонение

$$s_r = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(r_i - \bar{r})^2} = 0.96\,\text{Мпк}.$$

Погрешность среднего значения равна

$$\sigma_{\bar{r}} = \frac{s_r}{\sqrt{N}} = 0.2\ \text{Мпк}.$$

Итоговый ответ задачи $\bar{r} = 11.5 \pm 0.2$ Мпк.

Критерии проверки

1. Определение радиуса фотосферы оболочки для каждого из моментов **1 балл**
2. Определение показателя цвета **1 балл**

3. Определение температуры фотосферы **1 балл**
4. Определение из графика фактора дилюции **2 балла**

   Если сделано более чем для 7 точек с точностью лучше 10% выставляется полный балл, иначе не более 1 балла.
5. Определение болометрической поправки **1 балл**
6. Расчёт расстояния для 10-17 точек **4 балла**

   Выставляется полностью, если они верны с точностью до 5% к представленным в решении
7. Итоговый ответ в виде среднего и его ошибки **$1 + 1$ балл**

- Если в решении участника расстояние определяется по одной точке, то максимальная оценка за задачу **4 балла** при полностью правильной последовательности действий и ответе. При 2–4 точках максимальная оценка **6 баллов**, при верном итоговом ответе.

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**.

(В. Б. Игнатьев, П. В. Бакланов)

Справочные данные

Данные о Солнце, Земле, Луне и Галактике

Светимость Солнца	$L_\odot = 3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
Видимая звёздная величина Солнца	$m_\odot = -26.78^\mathrm{m}$
Абсолютная болометрическая звёздная величина Солнца	$M_\odot = 4.72^\mathrm{m}$
Эффективная температура Солнца	$T_\odot = 5800$ K
Солнечная постоянная	$E_\odot = 1360.8$ Вт м$^{-2}$
Поток солнечной энергии в видимых лучах на расстоянии Земли	$= 600$ Вт м$^{-2}$
Тропический год	$= 365.24219$ сут
Звёздные сутки	$= 23$ ч 56 мин 04 с
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23^\circ 26' 21.45''$
Синодический месяц	$S_☾ = 29.530\,59$ сут
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_☾ = -12.7^\mathrm{m}$
Число звёзд в нашей Галактике	$= 1 \cdot 10^{11}$
Радиус диска нашей Галактики	$= 20$ кпк
Масса нашей Галактики (в массах Солнца)	$= 2 \cdot 10^{12}$
Абсолютная звёздная величина нашей Галактики	$= -20.9^\mathrm{m}$

Астрономические и физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3 кг$^{-1}$ с$^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8$ м с$^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг с$^{-3}$ K^{-4}
Постоянная Планка	$h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Дж с
Постоянная Хаббла	$\mathrm{H} = 74$ км с$^{-1}$ Мпк$^{-1}$
Масса протона	$m_\mathrm{p} = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Период полураспада свободного нейтрона	$= 609$ с
Астрономическая единица	1 а. е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
Парсек	1 пк $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м

Формулы приближённого вычисления (при $x \ll 1$)

$$\sin(x) \approx x \qquad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \qquad \operatorname{tg} x \approx x$$

$$\ln(1+x) \approx x \qquad e^x \approx 1 + x \qquad (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

Характеристики Солнца, планет и некоторых спутников

Объект	Большая полуось, а.е.	Эксцентриситет	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, тыс. км	Осевой период
Солнце				1.989×10^{30}	696	25.38 сут
Меркурий	0.3871	0.2056	87.97 сут	3.302×10^{23}	2.44	58.65 сут
Венера	0.7233	0.0068	224.70 сут	4.869×10^{24}	6.05	243.02 сут
Земля	1	0.0167	365.26 сут	5.974×10^{24}	6.37	23.93 ч
Луна	0.002 57	0.0549	27.322 сут	7.348×10^{22}	1.74	27.32 сут
Марс	1.5237	0.0934	686.98 сут	6.419×10^{23}	3.40	24.62 ч
Юпитер	5.2028	0.0483	11.862 лет	1.899×10^{27}	69.9	9.92 ч
Сатурн	9.5388	0.0560	29.458 лет	5.685×10^{26}	60.3	10.66 ч
Уран	19.1914	0.0461	84.01 лет	8.683×10^{25}	25.6	17.24 ч
Нептун	30.0611	0.0097	164.79 лет	1.024×10^{26}	24.7	16.11 ч