

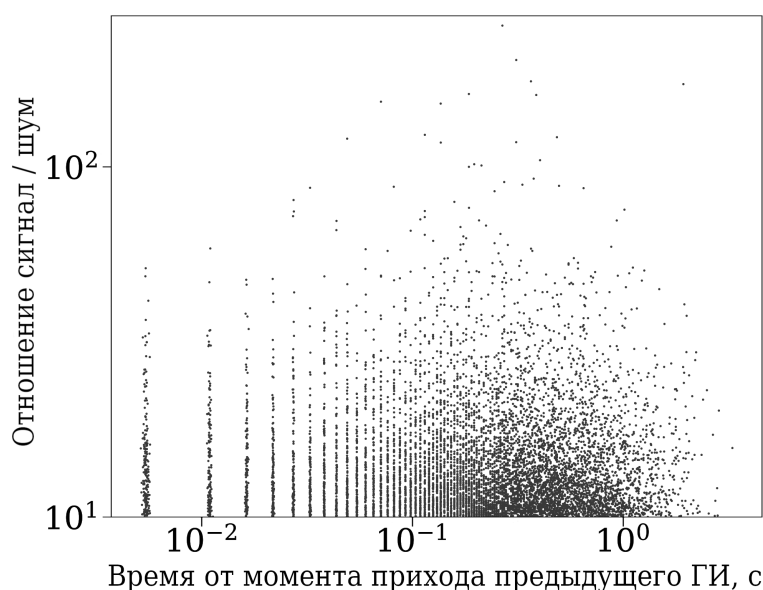
11 класс

Задача 1

Некоторые радиопульсары, кроме обычных импульсов, излучают гигантские импульсы (ГИ) — короткие, но часто очень мощные вспышки. ГИ излучаются нерегулярно, но всегда в те моменты, когда ожидаются обычные импульсы.

На графике представлены результаты наблюдений одного такого пульсара. Каждая точка соответствует одному гигантскому импульсу. По горизонтальной оси отложен интервал времени, прошедший с момента регистрации предыдущего ГИ, а по вертикальной оси — мощность полученного сигнала в единицах мощности шума.

Определите период пульсара. Ответ предоставьте с точностью до двух значащих цифр.



Изображение взято из статьи [Simon C.-C. Ho et al.](#) и адаптировано для условия задачи.

Решение. Поскольку гигантские импульсы не могут приходить чаще, чем период пульсара, период соответствует наименьшему интервалу времени между ГИ. На гистограмме это соответствует самому левому столбцу. Определить точное значение периода сходу затруднительно, поскольку шкала логарифмическая, а промежуточные деления на ней отсутствуют.

Решим задачу двумя способами. Можно заметить, что деление 10^{-1} попадает между 18-м и 19-м столбцами. Значит, период пульсара находится в интервале между $0.1/18 \approx 0.0056$ с и $0.1/19 \approx 0.0053$ с. Искомый период находится между этими значениями, то есть 0.0054 с или 5.4 мс.

Измерим линейкой расстояние между двумя соседними делениями на оси абсцисс, например, между 10^{-1} и 10^{-2} . Обозначим его как a . Это расстояние одинаково для любой пары соседних делений. Измерим линейкой расстояние от деления 10^{-2} до первого столбца и обозначим его как b . Воспользуемся следующим свойством логарифмической шкалы: линейному расстоянию на ней соответствует разность логарифмов чисел. Тогда

$$\frac{b}{a} = \frac{\lg 10^{-2} - \lg P}{\lg 10^{-1} - \lg 10^{-2}} = \lg \frac{10^{-2}}{P} \Rightarrow P = 10^{-2} \cdot 10^{-\frac{b}{a}}.$$

К этому же выводу можно прийти чуть иначе. Деление 10^{-3} не попало на график, но мы знаем, что расстояние от него до деления 10^{-2} равно a , а до первого столбца точек — $(a - b)$. Тогда

$$\frac{a - b}{a} = \frac{\lg P - \lg 10^{-3}}{\lg 10^{-2} - \lg 10^{-3}} = \lg \frac{P}{10^{-3}} \Rightarrow P = 10^{-3} \cdot 10^{\frac{a-b}{a}} = 10^{-2} \cdot 10^{-\frac{b}{a}}.$$

Отношение b/a составляет 0.26. Подставив его в формулу, получим $P = 0.0055 \text{ с} = 5.5 \text{ мс}$.

В действительности период пульсара В1820—30А, наблюдался именно он, равен 5.44 мс.

Критерии проверки

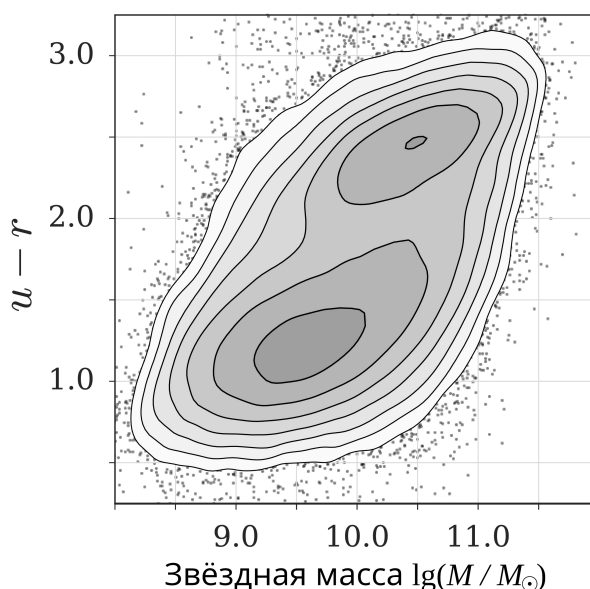
1. Период пульсара соответствует абсциссе самого левого столбца **1 балл**
Засчитывается любое другое правильное описание величины, которую надо измерить для получения ответа. Например, расстояние между соседними столбцами.
2. Получен ответ любым правильным методом в диапазоне (5.3, 5.6 мс) **3 балла**
Если ответ не попадает в указанный диапазон, то оценка по этому критерию снижается на 1 балл за каждую 0.1 мс дополнительной погрешности.

Максимальная оценка за задачу **4 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 2

Вам предоставлена диаграмма, построенная для большой выборки галактик. По вертикальной оси отложен цвет галактики в виде показателя цвета $u - r$, а по горизонтальной оси — звёздная масса галактики (масса звёздной компоненты). Чем темнее цвет карты, тем больше точек-галактик находится в данной области. Поясните, почему распределение галактик на этой диаграмме имеет бимодальный характер. Обозначьте на данной диаграмме положение следующих галактик: Большое Магелланово Облако и Галактика Млечный Путь.



Изображение взято из статьи [Weigel et al.](#) и адаптировано для условия задачи.

Широкополосная фотометрическая система проекта SDSS включает в себя 5 полос. Полоса u имеет среднюю длину волны 350 нм и ширину 60 нм, а полоса r — среднюю длину волны 620 нм и ширину 140 нм.

Решение. Полоса u соответствует ближнему ультрафиолетовому диапазону спектра, тогда как полоса r относится к красной части видимого диапазона. В ультрафиолетовом диапазоне излучают в основном самые горячие звёзды спектральных классов О и В, а в красной области преобладает излучение холодных звёзд поздних спектральных классов. Показатель цвета — это разность звёздных величин в соответствующих фильтрах. Чем больше значение показателя цвета $u - r$, тем сильнее в излучении галактики доминируют холодные звёзды.

К холодным звёздам относятся как молодые звёзды главной последовательности малой массы, так и старые красные гиганты, тогда как горячие и массивные ОВ-звёзды существуют только в молодых популяциях. Таким образом, цвет галактики определяется долей массивных молодых звёзд: чем их больше, тем меньше значение $u - r$. Массивные звёзды имеют короткое время жизни, поэтому галактики с низким значением показателя цвета отличаются высоким темпом звездообразования. Для поддержания активного звездообразования необходимо наличие достаточного количества холодного межзвёздного газа.

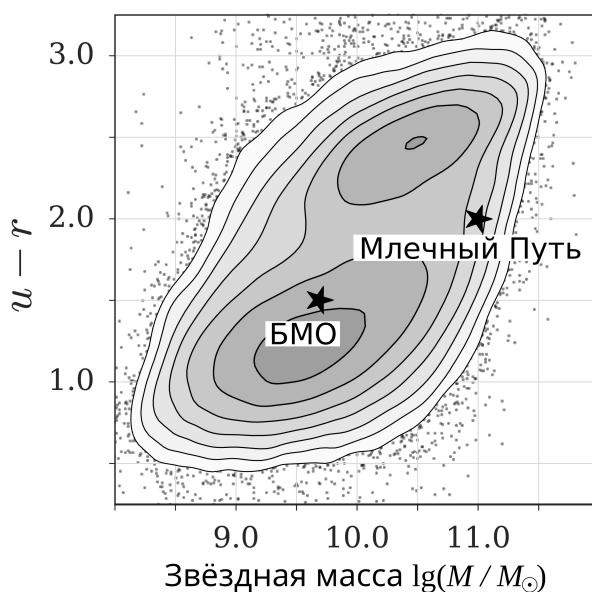
Галактики делятся на звездообразующие (с высоким темпом звездообразования) и незвездообразующие (с низким темпом или полным отсутствием звездообразования). Можно сказать, что галактики по активности звездообразования делятся на активные и пассивные. Первые — это в

основном галактики поздних типов (спиральные и неправильные), вторые — ранних типов (линзовидные и эллиптические). Бимодальность распределения означает, что звездообразование в галактиках имеет вспыхивающий характер и быстро затухает, то есть галактики очень быстро переходят из области активного звездообразования в пассивное состояние и теряют способность рождать новые звёзды. Поэтому в промежуточной области (так называемой «зелёной долине») галактик наблюдается мало.

Горизонтальная ось позволяет разделять галактики по размеру или массе. При малых значениях встречаются галактики-карлики. Это могут быть красные — карликовые эллиптические галактики или синие — неправильные галактики. При больших значениях звёздной массы мы видим гигантские эллиптические или спиральные галактики.

Теперь ответим на второй вопрос задачи и обозначим, где на этой диаграмме должны быть Галактика Млечный Путь и Большое Магелланово Облако.

1. Млечный Путь — это дисковая галактика с умеренным темпом звездообразования. Масса звёздной компоненты порядка $10^{11} M_{\odot}$. Умеренное звездообразование помещает её в область «зелёной долины». Показатель цвета Млечного Пути $u - r \approx 2$.
2. Большое Магелланово Облако — галактика-спутник Млечного Пути, которая на пару порядков легче него. В ней идёт активное звездообразование. Её звёздная масса оценивается примерно в $5 \cdot 10^9 M_{\odot}$, а показатель цвета составляет около 1.5.



Замечание. В справочных данных приведена полная масса Млечного Пути $2 \cdot 10^{12} M_{\odot}$, исходя из которой некоторые участники сделали вывод, что Млечный Путь не попадает на график. Надо учесть, что по горизонтальной оси отложена масса звёзд в галактиках, а до 90% полной массы в нашей галактике приходится на тёмную материю. Также в справочных данных было дано число звёзд в Галактике. Как бы ни проводилась оценка массы, она должна была составить около $10^{11} M_{\odot}$.

Критерии проверки**1. Правильное описание природы двух областей на графике 2 балла**

Утверждение о различии темпов звездообразования в галактиках оценивается в 1 балл при условии отсутствия явных физических ошибок в решении. Второй балл выставляется за утверждение о быстром переходе между режимами с высоким и низким темпами звездообразования — объяснение «зелёной долины».

Объяснение характера бимодальности через морфологические типы галактик не оценивается.

2. Правильное положение БМО и Млечного Пути на графике 1 + 1 балл

От участников не требуется знание точного значения показателя цвета или массы звёздной компоненты галактик. Достаточно, если БМО указано в области лёгких голубых галактик, а МП в области «зелёной долины» при правильной оценке массы звёздной компоненты. Тем не менее эти выводы должны быть разумно обоснованы. В частности, оценка не ставится, если утверждается, что нижний левый максимум соответствует более красным (холодным, старым) галактикам, или вообще не рассматривается показатель цвета для выбора положения БМО и МП

Максимальная оценка за задачу **4 баллов**.

(В. С. Гораджанов, В. Б. Игнатьев)

Задача 3

При наблюдении галактики, полностью аналогичной Млечному Пути, была обнаружена вспышка новой звезды на расстоянии 6 кпк от её центра. Видимая звёздная величина галактики составляет 10^m , а сама галактика наблюдается в виде эллипса с соотношением полуосей 5 : 3. Определите:

- расстояние до галактики;
- возможные значения наблюдаемой лучевой скорости новой;
- возможные угловые расстояния между центром галактики и новой.

Межзвёздным и межгалактическим поглощением, а также влиянием других галактик на наблюдаемую пренебречь.

Решение. В условии дана видимая звёздная величина галактики $m = 10^m$. Абсолютная звёздная величина Млечного Пути, согласно справочным данным, составляет $M \approx -21^m$. Поскольку галактика считается полным аналогом Млечного Пути, эта величина принимается и для наблюдаемой галактики. Пренебрегая поглощением межзвёздным / межгалактическим веществом, расстояние l (в пк) находим из формулы модуля расстояния:

$$m - M = 5 \lg l - 5 \quad \Rightarrow \quad l = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{10-(-21)+5}{5}} = 10^{7.2} \text{ пк} = 15.8 \text{ Мпк}.$$

Космологическую скорость удаления галактики (лучевую скорость её центра) оценим по закону Хаббла с $H = 74 \text{ км/с/Мпк}$:

$$v = Hl = 74 \text{ км/с/Мпк} \cdot 15.8 \text{ Мпк} \approx 1200 \text{ км/с}.$$

Скорость вращения звёзд в Галактике за пределами центрального килопарсека слабо варьируется и в среднем равна скорости движения Солнца ($v_0 = 225 \text{ км/с}$). Следовательно, новая в своей галактике движется с такой же скоростью.

Диск галактики круглый, но виден как эллипс с полуосями в соотношении 5 : 3, что означает наклон плоскости диска к лучу зрения. Если α — угол между нормалью к диску и лучом зрения, то

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}, \quad \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

Из условия не известно, как именно расположена новая, то есть как направлена скорость новой по отношению к лучу зрения. Максимально возможное значение будет равно

$$v_r^{\text{орб}} = v_0 \cdot \sin \alpha = 225 \cdot \frac{4}{5} = 180 \text{ км/с}.$$

Сама скорость может быть в диапазоне $[-180, +180]$ км/с, а с учётом скорости галактики получим диапазон наблюдаемых скоростей

$$v_{\text{набл}} \in [v - v_r^{\text{орб}}, v + v_r^{\text{орб}}] = [1200 - 180, 1200 + 180] = [1020, 1380] \text{ км/с}.$$

Перейдём к последнему вопросу. Максимальное расстояние в картинной плоскости составляет $r_{\text{max}} = 6 \text{ кпк}$. Минимальное расстояние в картинной плоскости:

$$r_{\min} = r_{\max} \cdot \cos \alpha = 6 \cdot \frac{3}{5} = 3.6 \text{ кпк.}$$

Соответствующие им угловые расстояния:

$$\rho_{\min} = 206265 \cdot \frac{r_{\min}}{l} = 206265 \cdot \frac{3.6}{15.8 \cdot 10^3} \approx 47'',$$

$$\rho_{\max} = 206265 \cdot \frac{r_{\max}}{l} = 206265 \cdot \frac{6}{15.8 \cdot 10^3} \approx 78.3''.$$

Таким образом, $\rho \in [47'', 78.3'']$.

Критерии проверки

1. Определение расстояния: формула + значение 1+1 балл
2. Определение скорости удаления галактики: формула и правильное значение 1 балл
3. Определение $v_r^{\text{орб}}$ 1 балл
4. Верный ответ для диапазона лучевых скоростей новой 2 балла
 Здесь подразумевается именно сумма движения звезды в галактике и убегания самой галактики.
 Если указано только одно значение скорости или неполный диапазон, оценка за критерий не может превышать 1 балл.
5. Верный ответ для диапазона угловых расстояний 2 балла
 Если указано только одно угловое расстояние или неполный диапазон, оценка за критерий не может превышать 1 балла.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(В. Б. Игнатьев)

Задача 4

Космические пираты, приближаясь к мирной космической станции, выстрелили в неё с расстояния 10 а.е. из нейтронной пушки. Заряд содержит 1 моль нейтронов. Полная энергия каждого нейтрона — 5 ГэВ. Угол расхождения пучка — $1'$. Во сколько раз возрастёт поток нейтронов на станции на 1 секунду по сравнению с потоком космических лучей такой же энергии ($8000 \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$)? А протонов? Сколько времени будет у обитателей станции, чтобы спрятаться в убежищах, если выстрел сопровождался вспышкой света?

Решение. Свет от Солнца достигает Земли примерно за 500 секунд. Значит, на преодоление расстояния $L = 10 \text{ а.е.}$ фотонам потребуется $t_{\text{ф}} = L/c \approx 5000 \text{ с}$. Нейтроны же движутся медленнее света, и их время полёта будет больше. С другой стороны, энергия нейтронов примерно в 5 раз превосходит энергию покоя нейтрона ($m_0 c^2 \approx 0.94 \text{ ГэВ}$), поэтому они являются релятивистскими, и для них проявляется релятивистское замедление времени.

Определим скорость нейтронов v . Их энергия равна

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Тогда

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E} \right)^2} \approx 0.982.$$

Время прихода нейтронов

$$t_{\text{н}} = \frac{L}{v} = \frac{L}{c} \cdot \frac{c}{v} = 5000 \cdot \frac{1}{0.982} \approx 5092 \text{ с}.$$

Тогда от момента наблюдения вспышки до момента прихода нейтронов пройдёт

$$\Delta t = t_{\text{н}} - t_{\text{ф}} = 92 \text{ с}.$$

Времени на реагирование у обитателей станции крайне мало.

За счёт релятивистского замедления времени в системе отсчёта нейтронов пройдёт только

$$\tau = t_{\text{н}} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2} \approx 962 \text{ с}.$$

Свободный нейтрон — частица нестабильная, распадается на протон, электрон и антинейтрино с периодом полураспада $T_{1/2} = 609 \text{ с}$ (см. справочные данные). В силу крайней лёгкости электрона и антинейтрино по сравнению с протоном, при распаде они мало отклоняют протон от исходного направления движения. Поэтому до станции долетит смесь нейтронов и протонов. Изначально вылетело $N_{\text{А}}$ (число Авогадро) нейтронов. За время τ их останется всего

$$N = N_{\text{А}} e^{-\ln 2 \frac{\tau}{T_{1/2}}} \approx 0.35 \cdot N_{\text{А}} \approx 2 \cdot 10^{23}.$$

Однако появится $4 \cdot 10^{23}$ протонов. Это количество частиц рассеется на площадь

$$S = \pi \cdot \left(\frac{10 \cdot 1.5 \cdot 10^8 \cdot 60}{2 \cdot 206265} \right)^2 \approx 1.5 \cdot 10^{11} \text{ км}^2 = 1.5 \cdot 10^{17} \text{ м}^2.$$

Значит, на каждый квадратный метр придётся дополнительно примерно $1.3 \cdot 10^6$ нейтронов и $2.7 \cdot 10^6$ протонов. То есть однократно за счёт нейтронов фон вырастет в 160 раз, а за счёт протонов — в 340 раз. Суммарный эффект превышает фон космических лучей примерно в 500 раз. Вряд ли такой удар повредит оборудованию станции и её обитателям.

Критерии проверки

1. Вычисление скорости нейтронов	1 балл
2. Вычисление времени запаздывания нейтронов / протонов	1 балл
3. Промежуток времени в СО движущихся нейтронов	2 балла
4. Уравнение распада	1 балл
5. Число выживших нейтронов	1 балл
6. Избыток нейтронов	1 балл
7. Избыток протонов	1 балл

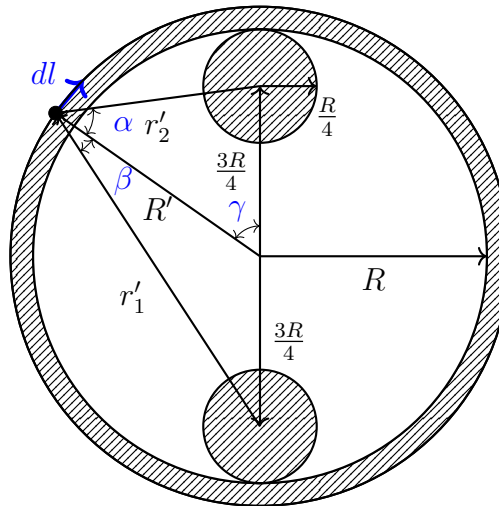
Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 5

В далёком будущем был осуществлён амбициозный проект, позволивший увеличить площадь земной поверхности: на расстоянии $\frac{3}{4}R$ от центра Земли вырыли две диаметрально противоположные полости радиусами $\frac{R}{4}$, а получившееся вещество равномерно распределили по всей поверхности. Считая, что Земля состоит из несжимаемого однородного материала, оцените, во сколько раз изменилась площадь поверхности Земли. Чему будет равна новая вторая космическая скорость на поверхности планеты и из какой точки планеты нужно будет стартовать?

Решение.



Сначала найдём объём одной полости V_{hole} :

$$V_{hole} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{4}\right)^3 = \frac{\pi}{48}R^3.$$

Теперь запишем объём сферического слоя, заключённого между внутренним и внешним слоями. Внешний радиус обозначим R' . Тогда из условия равенства объёмов полостей и «наращенного» шарового слоя:

$$\frac{4}{3}\pi (R'^3 - R^3) = 2 \frac{\pi}{48} R^3.$$

Отсюда

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \left(\frac{R'^3}{R^3} - 1\right) = 2 \frac{\pi}{48} R^3 \Rightarrow \frac{R'^3}{R^3} - 1 = \frac{1}{32} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt[3]{\frac{33}{32}}.$$

Тогда площадь поверхности выросла в $\eta = \frac{R'^2}{R^2} \approx 1.021$ раз.

Обратим внимание, что, в силу малости объёма полости по сравнению с объёмом планеты, «наращенный» объём мог быть найден из более простого выражения:

$$4\pi R^2 \cdot (R' - R) \approx 2 \frac{\pi}{48} R^3 \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{97}{96} \Rightarrow \eta = \frac{R'^2}{R^2} \approx 1.021.$$

Гравитационное поле получившейся планеты неоднородно. Тем не менее его (по аналогии с классическими задачами электростатики) можно представить в виде суммы трёх полей: поля однородного шара радиусом R' и полей двух однородных шаров отрицательной массы на местах

полостей. В таком случае в произвольной точке (см. рис.) гравитационный потенциал можно записать в виде:

$$\varphi = -\frac{GM_{R'}}{R'} + \frac{GM_{R/4}}{r'_1} + \frac{GM_{R/4}}{r'_2}.$$

Здесь $M_{R'}$ — масса шара радиуса R' со средней плотностью Земли, как если бы полостей не существовало, $M_{R/4}$ — масса шаров той же плотности в объёме полостей, а r'_1 и r'_2 — расстояния до центров соответствующих полостей.

Вторая космическая — это минимальная скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно навсегда покинуло планету. Для того чтобы найти новую вторую космическую скорость для планеты, нам необходимо найти точку, потенциал в которой будет наибольшим (чем меньше потенциал, тем глубже потенциальная яма и тем труднее покинуть планету). Первое слагаемое в формуле потенциала не зависит от положения на поверхности новой Земли. Тогда нам нужно найти максимум суммы $\frac{1}{r'_1} + \frac{1}{r'_2}$, выбирая произвольную точку на поверхности. Сразу заметим, что максимум будет достигаться в точности над одной из полостей, на поверхности Земли. Этот факт можно доказать несколькими способами. Приведём два из них.

Для анализа поведения суммы указанных дробей будет гораздо удобнее, если вместо двух неизвестных r'_1 и r'_2 мы сможем ввести одну. Заметим, что оба радиуса зависят от угла γ :

$$\begin{aligned} r'_1 &= \sqrt{(R')^2 + \left(\frac{3}{4}R'\right)^2 - 2\frac{3}{4}(R')^2 \cos \gamma} = \sqrt{\frac{25}{16}(R')^2 - \frac{3}{2}(R')^2 \cos \gamma} = \sqrt{\frac{3}{2}(R')^2} \sqrt{\frac{25}{24} - \cos \gamma}, \\ r'_2 &= \sqrt{(R')^2 + \left(\frac{3}{4}R'\right)^2 + 2\frac{3}{4}(R')^2 \cos \gamma} = \sqrt{\frac{25}{16}(R')^2 + \frac{3}{2}(R')^2 \cos \gamma} = \sqrt{\frac{3}{2}(R')^2} \sqrt{\frac{25}{24} + \cos \gamma}, \end{aligned}$$

Введем обозначения $A = \sqrt{\frac{3}{2}(R')^2}$ и $a = \frac{25}{24}$, после чего вычислим производную:

$$\left(\frac{1}{r'_1} + \frac{1}{r'_2}\right)' = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\sqrt{a - \cos \gamma}} + \frac{1}{\sqrt{a + \cos \gamma}}\right)' = \frac{\sin \gamma}{2A} [(a + \cos \gamma)^{-3/2} - (a - \cos \gamma)^{-3/2}].$$

Производная обращается в ноль или при $\sin \gamma = 0$, то есть $\gamma = 0$ или $\gamma = \pi$, или когда нулю равно выражение в скобках. Последнее выполняется при $\cos \gamma = 0$, то есть $\gamma = \pi/2$. Нетрудно убедиться, что при $\gamma = 0$ или $\gamma = \pi$ достигается максимум функции, а при $\gamma = \pi/2$ — минимум.

Теперь докажем то же самое с помощью более физического подхода. Рассмотрим произвольную точку на поверхности сферы. Пусть потенциал в ней равен φ_A . Переместимся в указанном на рисунке направлении вдоль сферы на расстояние dl . Тогда удельная работа, совершенная верхней полостью при таком перемещении, будет отрицательна и равна:

$$dA_2 = \frac{GM_{R/4}}{r_2'^2} \cdot dl \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{GM_{R/4}}{r_2'^2} dl \cdot \sin \alpha.$$

Аналогично работа, совершенная нижней полостью положительна и равна

$$dA_1 = \frac{GM_{R/4}}{r_1'^2} \cdot dl \cdot \cos(90^\circ - \beta) = \frac{GM_{R/4}}{r_1'^2} dl \cdot \sin \beta.$$

На выбранном промежутке $r'_2 < r'_1$. Тогда, если мы покажем $\sin \alpha > \sin \beta$, то утверждение доказано. Для этого можно воспользоваться обычной теоремой синусов:

$$\frac{r'_2}{\sin \gamma} = \frac{\frac{3R}{4}}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \gamma \frac{3R}{4r'_2}.$$

Аналогично

$$\frac{r'_1}{\sin \gamma} = \frac{\frac{3R}{4}}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \sin \gamma \frac{3R}{4r'_1}.$$

Иными словами:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{r'_1}{r'_2} \Rightarrow \sin \alpha > \sin \beta.$$

Что и требовалось доказать.

Для того чтобы скорость стартующего с поверхности была минимальна (и он смог улететь на бесконечность), стартовать надо именно из найденных двух точек. При этом само значение скорости может быть найдено из равенства нулю полной механической энергии системы. Учтём, что $M_{R/4} = \frac{M}{4^3} = \frac{M}{64}$, а $M_{R'} = M + \frac{2M}{64} = \frac{33}{32}M$:

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R'} \cdot \frac{33}{32} + \frac{GM}{64 \left(\frac{3R}{4} + R' \right)} + \frac{GM}{64 \left(R' - R + \frac{R}{4} \right)} = 0,$$

$$v \approx \sqrt{2 \cdot 0.95 \frac{GM}{R}} \approx 10.9 \text{ км/с}.$$

Критерии проверки

1. Изменение площади поверхности Земли	2 балла
2. Формула для потенциала гравитационного поля	1 балл
3. 2-я космическая как <i>минимальная</i> скорость для покидания планеты	1 балл
4. Найденны точки наиболее выгодного старта	2 балла
5. Формула для 2 космической скорости для нужных точек	1 балл
6. Правильный конечный ответ	1 балл

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(А. М. Ажакин)

Задача 6

Во время лунного затмения 7 сентября 2025 года Луна находилась в перигее орбиты, а минимальное расстояние центра Луны от оси тени составило 0.275 радиуса Земли (гамма-фактор затмения $\gamma = -0.275$). Момент максимальной фазы пришёлся на 18:11 по всемирному времени. Считайте орбиту Земли круговой, наклоном орбиты Луны к плоскости эклиптики пренебрегите.

Для фотографирования затмения астроном решил использовать телескоп с диаметром объектива $D = 200$ мм и фокусным расстоянием $F = 1$ м, установленный в точке с координатами $\varphi = 44^\circ$ с. ш., $\lambda = 43^\circ$ в. д. Телескоп оснащён ПЗС-матрицей 1024×1024 пикселей со стороной 10 мкм каждый. К несчастью, в день затмения автоматическое управление телескопом вышло из строя и телескоп раз в минуту снимал случайную область неба над горизонтом. Оцените вероятность того, что Луна в полной фазе затмения, пусть даже частично, всё же попала хотя бы на 1 кадр.

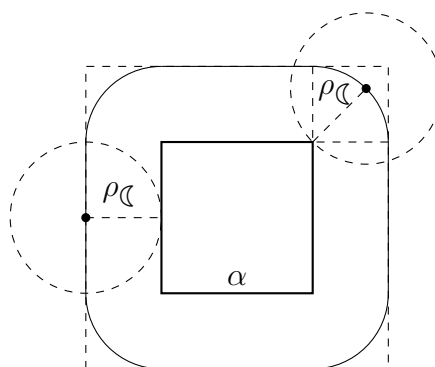
Решение. Определим угловой размер кадра. Размер стороны ПЗС-матрицы равен $x = 1024 \cdot 10$ мкм = 10 240 мкм. Если смотреть из центра объектива, то этот размер виден под углом

$$\alpha = 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2F} \approx \frac{x}{F} \text{ (рад)} = \frac{x}{F} \cdot 206265'' \approx 2112''.$$

Получаем поле зрения телескопа $2112 \times 2112''$ или $\sigma_1 = 2112^2 = 4.46 \cdot 10^6$ квадратных секунд. Для того чтобы хотя бы край Луны попал в поле зрения, её центр должен находиться не дальше, чем на угловой радиус Луны $\rho_{\mathcal{L}}$ от края поля зрения. Поскольку Луна находится в перигее орбиты, её угловой радиус равен

$$\rho_{\mathcal{L}} = \frac{R_{\mathcal{L}}}{a_{\mathcal{L}}(1 - e_{\mathcal{L}})} \cdot 206265'' = \frac{1740 \text{ км}}{(1 - 0.055) \cdot 384400 \text{ км}} \cdot 206265 = 988''.$$

Здесь $R_{\mathcal{L}}$ — радиус Луны, а $a_{\mathcal{L}}$ и $e_{\mathcal{L}}$ — радиус и эксцентриситет её орбиты соответственно. Получается, что один снимок «проверяет» наличие Луны на квадратной площадке со скруглёнными углами, изображённой на рисунке.



Площадь пунктирного квадрата равна $\sigma_2 = (2\rho_{\mathcal{L}} + \alpha)^2 = 16.7 \cdot 10^6$ квадратных секунд. Площадь одного углового участка, который не входит в интересующую нас фигуру, равен $\sigma_3 = \rho_{\mathcal{L}}^2 - \frac{\pi}{4}\rho_{\mathcal{L}}^2$. Следовательно, искомая площадь на $4\sigma_3 = (4 - \pi)\rho_{\mathcal{L}}^2$ меньше, чем σ_2 :

$$\Sigma = \sigma_2 - 4\sigma_3 = 15.9 \cdot 10^6 \text{ квадратных секунд.}$$

Площадь небесной полусферы равна $\Sigma_0 = 2\pi \text{ ср} \approx 2.67 \cdot 10^{11}$ квадратных секунд. Тогда

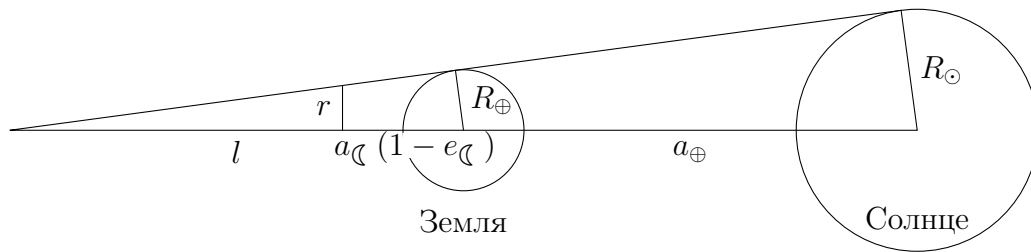
вероятность того, что в результате одного снимка получится заснять Луну равна

$$p_1 = \frac{\Sigma}{\Sigma_0} \approx 5.96 \cdot 10^{-5}$$

или 0.00596%. Прямо скажем, почти невероятное событие. Однако затмение продолжается довольно долго и телескоп успеет сделать не один снимок. Определим продолжительность затмения.

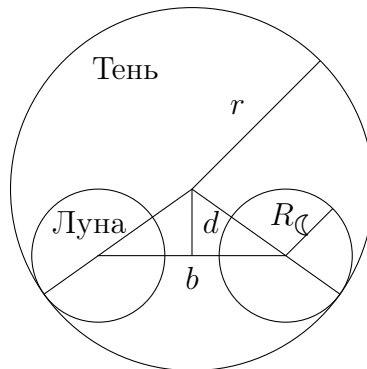
Пусть R_\odot и R_\oplus — соответственно радиусы Солнца и Земли, а a_\oplus — радиус земной орбиты. Тогда длину земной тени l можно найти из подобия треугольников (см. рисунок):

$$\frac{R_\odot}{l + a_\oplus} = \frac{R_\oplus}{l} \Rightarrow l = \frac{R_\oplus a_\oplus}{R_\odot - R_\oplus} \approx 1.38 \cdot 10^6 \text{ км.}$$



В силу того, что угол при вершине тени очень мал, для поиска радиуса тени на расстоянии Луны r можем воспользоваться приближенным соотношением:

$$\frac{r}{l - a_\oplus (1 - e_\oplus)} = \frac{R_\oplus}{l} \Rightarrow r = R_\oplus \frac{l - a_\oplus (1 - e_\oplus)}{l} \approx 4700 \text{ км.}$$



Луна будет двигаться внутри тени, пока не пройдет относительно неё расстояние b . Пусть $d = |\gamma| R_\oplus$ — минимальное расстояние от центра Луны до центра тени. Тогда

$$\frac{b}{2} = \sqrt{(r - R_\oplus)^2 - d^2} \Rightarrow b = 2\sqrt{(r - R_\oplus)^2 - \gamma^2 R_\oplus^2} \approx 4800 \text{ км.}$$

Скорость Луны в перигее равна

$$v_\oplus = \sqrt{\frac{GM}{a_\oplus} \frac{1 + e_\oplus}{1 - e_\oplus}} \approx 1.08 \text{ км/с.}$$

Если учесть, что сама тень также движется в ту же сторону, то скорость Луны относительно тени почти точно 1 км/с . Тогда время затмения $t = 4800 \text{ с} = 80 \text{ мин}$.

Проверим, всё ли время затмения Луна находилась над горизонтом. Среднее солнечное время середины затмения

$$T_{\odot} = 18^h 11^m + \frac{43}{15} = 21^h 03^m.$$

Следовательно, полная фаза затмения происходила с $20^h 23^m$ по $21^h 43^m$. Поскольку во время лунного затмения Луна и Солнце находятся в противоположных точках небесной сферы, среднее солнечное время численно равно часовому углу Луны. 7 сентября склонения Солнца, а значит и Луны в затмении довольно близко к 0. Так как часовой угол попадает в диапазон от 18 до 6 часов, можем сделать вывод, что Луна над горизонтом всю полную фазу затмения.

Мы пришли к выводу, что телескоп сделал $N = 80$ снимков во время полной фазы. Если p_1 — это вероятность того, что, сделав единичный снимок, удалось сфотографировать Луну, то $\bar{p}_1 = 1 - p_1$ — это вероятность того, что сфотографировать Луну не удастся. Тогда вероятность того, что Луна не попала ни на один из N снимков, равна $\bar{P} = \bar{p}_1^N$. Следовательно, искомая вероятность

$$P = 1 - \bar{P} = 1 - (1 - p_1)^N \approx 1 - (1 - Np_1) = Np_1 \approx 4.8 \cdot 10^{-3}$$

или примерно 0.5%.

Эту же оценку можно получить приближенным способом. Будем считать, что снимки не перекрываются, а Луна не перемещается по небу. Тогда полная площадь, которую удастся исследовать телескопу равна $N\Sigma$, а вероятность обнаружения

$$P^* = \frac{N\Sigma}{\Sigma_0} = Np_1 \approx 4.8 \cdot 10^{-3}.$$

Как видим, при таком малом покрытии неба это были вполне разумные допущения.

Критерии проверки

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1. Поле зрения телескопа | 1 балл |
| 2. «Эффективное» поле зрения Σ | 1 балл |
| 3. Радиус тени Земли на расстоянии Луны | 1 балл |
| 4. Расстояние, которое необходимо пройти Луне относительно тени | 1 балл |
| 5. Скорость Луны в перигее | 1 балл |
| 6. Продолжительность затмения | 1 балл |
| 7. Число кадров, сделанных за время затмения | 1 балл |
| Если не проведена проверка нахождения Луны над горизонтом всё время затмения, этот балл не выставляется. | |
| 8. Искомая вероятность | 1 балл |

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

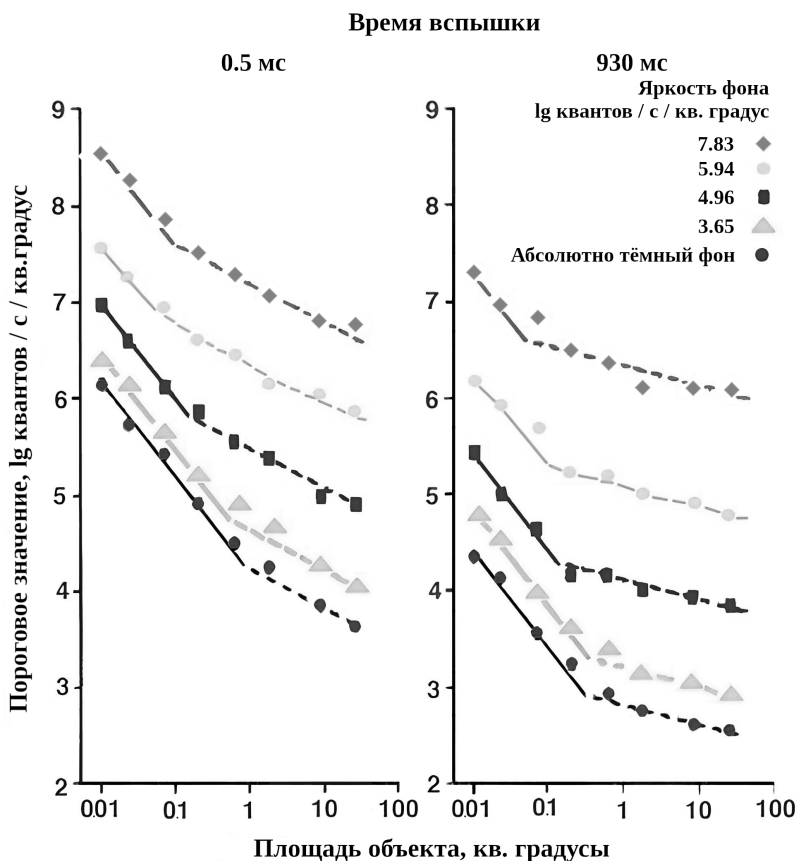
(Т. В. Мизаль)

Задача 7

Вы находитесь под очень тёмным небом с поверхностной яркостью 22^m с квадратной угловой секунды. Для оценки ваших наблюдательных способностей воспользуйтесь экспериментальной зависимостью предельной яркости объектов, воспринимаемых человеческим глазом, от их углового размера, представленной на рисунке. Для построения этих графиков был проведён эксперимент, в котором фиксировались вспыхивающие объекты разного углового размера и яркости на разном фоне. На левом графике представлены результаты для коротких вспышек (0.5 мс), а на правом — для длинных (930 мс).

1. Определите поверхностную яркость самых тусклых «больших» объектов, например облаков в Млечном Пути, которые вы можете наблюдать на этом небе. Выразите эту поверхностную яркость в звёздных величинах с квадратной угловой минуты.
2. Это прекрасное небо вдохновило вас на наблюдения Очень Красивой Планетарной Туманности, для нашей задачи представляющей равномерно освещённый круг диаметром $3'$ и полной яркостью 11.9^m . Найдите минимальный диаметр объектива телескопа, который вам для этого необходим.

Для расчётов считайте, что диаметр зрачка равен 6 мм, и что поток от Веги в видимом диапазоне составляет 10^6 фотонов на 1 см^2 в секунду.



Изображение взято из книги Kolb H, Fernandez E, Jones B, Nelson R, editors. Webvision: The Organization of the Retina and Visual System [Internet]. Salt Lake City (UT): University of Utah Health Sciences Center; 1995–. PMID: 21413389 и адаптировано для условия задачи.

Решение. Для начала выведем формулу перевода величины с графика — количества квантов

в секунду с квадратного градуса (Q) — в звёздные величины с квадратной секунды (μ). Для этого воспользуемся информацией о том, что от Веги приходит 10^6 фотонов (E_v) в видимом диапазоне на 1 см^2 . Диаметр зрачка (D) примем равным 6 мм. Тогда количество квантов, падающих на зрачок от Веги за 1 с, будет равно:

$$N_v = E_v \cdot \frac{\pi}{4} D^2,$$

а количество квантов с квадратной угловой секунды от источника с графика:

$$N_{as} = \frac{E}{3600^2}.$$

В последней формуле коэффициент в знаменателе служит для перевода квадратных градусов в квадратные секунды. Поверхностную яркость в звёздных величинах с угловой секунды можно определить, сравнивая значение на графике с Вегой с помощью формулы Погсона:

$$\mu_{as} = -2.5 \lg \left(\frac{N_{as}}{N_v} \right) = -2.5 \lg \left(\frac{E \cdot \frac{1}{3600^2}}{E_v \cdot \frac{\pi}{4} D^2} \right) = -2.5 \lg E + 2.5 \lg \left(\frac{3600^2 \cdot \pi E_v D^2}{4} \right) \approx -2.5 \lg E + 31.41.$$

Здесь мы приняли значение звёздной величины Веги равным 0^m , что близко к истине. Для дальнейших вычислений полезно найти и обратную формулу:

$$E = 10^{-0.4\mu} \cdot E_v \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot 3600^2 \approx 3.66 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-0.4\mu_{as}},$$

или, принимая во внимание то, что непосредственно на график нанесены логарифмы E :

$$\lg E = 0.4(31.41 - \mu_{as}).$$

Теперь мы можем получить поверхностную яркость нашего неба в единицах графика, и это 5800 фотонов или логарифм 3.76. Ближе всего к этому значению на графике зависимость, отмеченная серыми треугольниками. Время накопления сигнала глазом примерно 50–100 миллисекунд. Поэтому левый график, на котором представлены данные из наблюдений коротких (0.5 мс) вспышек, для наших целей не годится; будем использовать правый. Необходимые нам значения лежат чуть выше (10% расстояния до следующей кривой) кривой на графике, проведённой через треугольные маркеры.

Из графика получаем, что логарифм дополнительного числа фотонов для самых больших объектов равен примерно 3. Что соответствует поверхностной яркости 23.9^m с квадратной секунды (естественно, без фона), или $\mu_{am} = \mu_{as} - 2.5 \lg 60^2 \approx 14.7^m$ с квадратной угловой минуты.

Яркость Млечного Пути в направлениях, противоположных центру Галактики, составляет примерно 23^m . Полученная же величина совпадает с поверхностной яркостью слабых частей галактик, видимых в телескоп. Также в описанном эксперименте использовался вспыхивающий объект, который легче обнаружить, чем светящийся постоянно.

Теперь нам необходимо пронаблюдать Очень Красивую Планетарную Туманность. Посчитаем

её поверхностную яркость.

$$\mu_{\text{ОКПТ}} = 11.9^m + 2.5 \lg \left(\frac{\pi}{4} \cdot 3^2 \cdot 60^2 \right) \approx 22.9^m$$

с квадратной секунды. Логарифм количества фотонов с квадратного градуса составляет $\lg E = 0.4 \cdot (31.41 - 22.9) \approx 3.4$. На графике это соответствует логарифму угловой площади примерно 0.3–0.4, или кругу радиусом $96' - 107'$, что соответствует увеличению в 32–36 раз при сохранении поверхностной яркости. Если телескоп идеальный, то он сохраняет поверхностную яркость при равнозрачковом увеличении (уменьшая её при увеличении больше равнозрачкового). Соответственно, при таком увеличении, если оно равнозрачковое, диаметр телескопа составляет 200 мм.

Можно заметить, что при увеличении увеличения уменьшится поверхностная яркость, но увеличится чувствительность глаза, и, возможно, с помощью этого эффекта можно понизить диаметр телескопа. Однако наша туманность расположена на изломе кривой, и при дальнейшем увеличении углового размера чувствительность глаза увеличивается слабо, поэтому мы пренебрежём этим эффектом.

Более подробно почитать о работе человеческого зрения и увидеть представленный график в тексте можно [здесь](#).

Критерии проверки

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1. Формула перевода из квантов в секунду с квадратного градуса в звёздные величины с квадратной секунды или наоборот | 3 балла |
| Сравнение с Вегой — 1 балл, вывод формулы — 2 балла. | |
| 2. Выбор правильной стороны рисунка (по времени вспышки) | 1 балл |
| 3. Расчёт фона неба и выбор правильной кривой чувствительности | 1 + 1 балл |
| 4. Расчёт поверхностной яркости самых слабых объектов | 2 балла |
| 5. Расчёт поверхностной яркости ОКПТ | 1 балл |
| 6. Телескоп не увеличивает поверхностную яркость | 1 балл |
| В равной степени оценивается как вывод этого утверждения, так и его неявное использование. | |
| 7. Расчёт увеличения телескопа и его диаметра | 1 + 1 балл |
| При попытке рассчитывать диаметр через формулу для предельной звёздной величины точечного источника ($2.1 + 5 \lg D$ и аналоги) за весь второй вопрос задачи ставится один балл | |

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**.

(С. Г. Желтоухов)

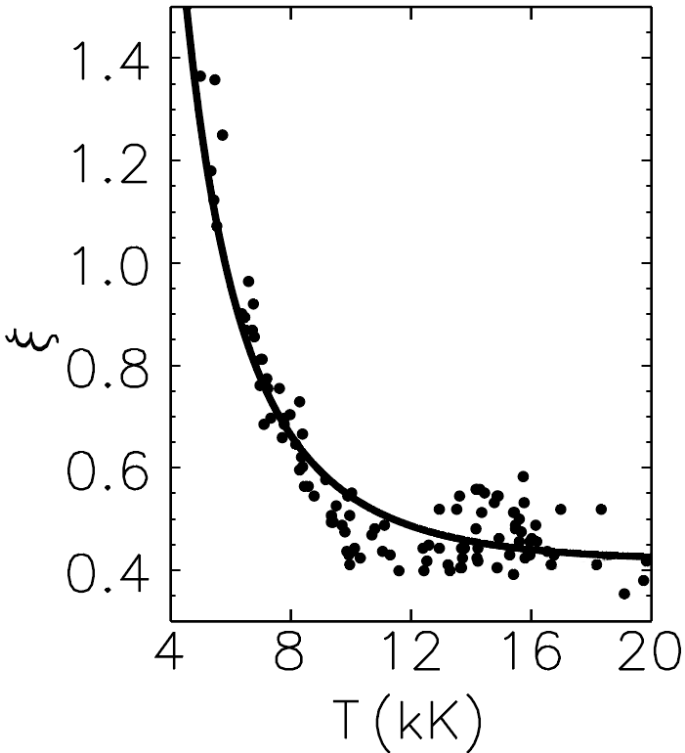
Задача 8

Метод расширяющихся оболочек — это метод определения расстояний до сверхновых второго типа. Метод основан на предположении, что разлетающаяся оболочка сверхновой излучает как чёрное тело, начиная примерно с 5–10-го дня после взрыва. Последующие исследования показали, что излучение оболочки близко к чернотельному и отличается на безразмерный коэффициент дилуции ξ^2 , который равен отношению принимаемого потока излучения от объекта F к потоку от абсолютно чёрного тела с такими же температурой и радиусом:

$$\xi^2 = \frac{F}{F_{bb}}.$$

В таблицах вам предоставлены данные фотометрии сверхновой в фильтрах V и B и скорости разлёта оболочки после вспышки, а также зависимость болометрической поправки BC в полосе V от температуры. Время указано от момента максимума блеска. На графике показана зависимость коэффициента ξ от температуры, выраженной в тысячах кельвин.

Время, дни	Скорость, км/с	Видимая зв. вел. в фильтре V	Видимая зв. вел. в фильтре B
7.9	10276	13.81	13.80
8.9	9721	13.79	13.80
9.9	8981	13.79	13.82
10.9	8410	13.79	13.84
11.9	8314	13.81	13.88
12.9	8026	13.84	13.92
13.8	8080	13.84	13.95
14.4	7642	13.86	13.98
15.4	7221	13.85	14.01
16.1	7215	13.84	14.04
26.4	5611	13.86	14.47
29.4	5110	13.88	14.58
31.4	4902	13.90	14.65
35.4	4623	13.94	14.79
39.4	4310	13.93	14.87
42.6	3809	13.92	14.93
45.4	3785	13.93	14.97
49.4	3836	13.91	15.00
42.4	3747	13.93	15.05
54.3	3500	13.94	15.08
81.4	2714	14.04	15.40
70.3	2430	14.26	15.72
101.3	2504	14.28	15.74



T , K	BC	T , K	BC	T , K	BC
3500	−2.30	7000	0.03	10500	−0.36
4000	−1.12	8000	0.02	11000	−0.47
4500	−0.60	8500	0.00	11500	−0.58
5000	−0.29	9000	−0.06	12000	−0.68
5500	−0.14	9500	−0.15	13000	−0.89
6000	−0.04	10000	−0.25	14000	−1.07

Для оценки температуры абсолютного чёрного тела воспользуйтесь зависимостью¹

$$T = 4600 \left(\frac{1}{0.92(B - V) + 1.7} + \frac{1}{0.92(B - V) + 0.62} \right).$$

Определите расстояние до сверхновой, считая, что она видна высоко над плоскостью Млечного Пути.

Подсказка. В первые десятки дней оболочка расширяется практически в пустоте, не взаимодействуя с межзвёздной средой, так как она была выметена излучением звезды — прародительницы сверхновой.

Решение. Светимость абсолютно чёрного тела можно определить с помощью формулы

$$L_{bb} = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

где R — радиус тела, T — его температура, а σ — постоянная Стефана — Больцмана. В условии сказано, что светимость оболочки отличается от этой величины на коэффициент ξ^2 :

$$L = \xi^2 L_{bb} = \xi^2 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Для вычисления L нам необходимо определить три величины: ξ , R и T .

Нам известно, что оболочка расширяется в вакууме, то есть разлетающееся вещество не тормозится. При этом из таблицы видно, что скорость оболочки непрерывно уменьшается. Происходит это потому, что оболочка — это не тонкая сферическая поверхность; она заполнена веществом. Каждый нижележащий слой разлетающейся оболочки летит с меньшей скоростью, чем верхний. Сначала мы видим самый верхний слой оболочки, выполняющий роль фотосферы. Со временем он высвечивает энергию, остывает и становится оптически прозрачным. Тогда наблюдениям становится доступен более низкий, а следовательно, более медленный слой, который принимает на себя функции фотосферы. Таким образом, для каждого момента времени в таблице указана скорость расширения того слоя, излучение которого принимается.

Поскольку в условии задачи временной ряд данных представлен от момента взрыва, то радиус оболочки можно определить по данным из таблицы.

$$R_i = v_i \cdot t_i,$$

где v_i — скорость слоя оболочки, t_i — время от момента взрыва.

Примечание. В общем случае, учёные решают согласованную задачу, определяя одновременно расстояния до объекта и момент начала разлёта оболочки, поскольку момент начала вспышки обычно неизвестен.

Возможная ошибка, которую может совершить участник. Возможно представить модель, что скорость расширения оболочки замедляется, поэтому стоит рассчитывать расстояние по формуле

$$R_i = R_{i-1} + v_i \Delta t_i.$$

Как показано выше, такая модель неверна и приведёт к неверному результату.

¹F. J. Ballesteros

Температуру излучающего слоя в каждый момент времени T_i , излучение которого мы видим, можно определить по заданной в условии зависимости, вычислив предварительно показатель цвета $(B - V)_i$.

Зная температуру, можем определить фактор дилуции, а точнее, поправочный коэффициент расстояния ξ . Для этого воспользуемся данным графиком зависимости $\xi(T)$. Запишем в таблицу результаты проведённых измерений.

$T, \text{ K}$	ξ
10 000	0.54
9 000	0.59
8 000	0.66
7 000	0.78
6 000	0.96
5 500	1.08
5 300	1.16
5 000	1.26
4 750	1.37

Стоит отметить, что при уменьшении температуры ниже 6000 K ξ начинает быстро расти, что уменьшает точность определения этой величины, а для температур ниже 4750 K — выходит за границы графика.

Примечание. Астрофизическое обоснование этого роста следующее. Если рассматривать оболочку по массовой координате, а не по радиальной, то фотосфера движется внутрь сброшенной оболочки к центру, а снаружи (между фотосферой и наблюдателем) становится всё больше и больше холодного вещества, богатого металлами. Оно прозрачно для непрерывного излучения, но в линиях поглощения металлов уже непрозрачно. Поэтому излучение перераспределяется по спектру в красную область и постепенно перестаёт быть похожим на чернотельное. Формально фактор дилуции это учитывает, но одного этого параметра для корректных вычислений для низких температур становится мало.

Занесём вычисленные ξ , R и T в таблицу для каждого момента времени, а также вычислим светимость L_i , выразив её в светимостях Солнца L_\odot .

Следующий шаг — это определение абсолютной звёздной величины:

$$M_i = M_\odot - 2.5 \lg \frac{L_i}{L_\odot}.$$

Здесь мы воспользовались абсолютной звёздной величиной Солнца, которая приведена в справочных данных: $M_\odot = 4.72^m$. Зная видимую (V) и абсолютную звёздные величины, можно определить расстояние до сверхновой для каждого момента времени. Но сначала обратим внимание, что нам известны болометрические абсолютные звёздные величины, а видимые только в фильтрах V и B . Для перевода звёздных величин в полосе V нужно воспользоваться болометрической поправкой. Если для температур 6000–9000 K эта поправка невелика и её учёт не приведёт к заметной ошибке, то за пределами этого диапазона ошибка будет достаточно заметна. Отдельно стоит отметить, что в условии даны поправки к фильтру V .

Использование звёздной величины в фильтре В для определения расстояния неправильно.

$$M_i - V_i - BC_i = 5 - 5 \lg r_i \quad \Rightarrow \quad r_i = 10^{0.2(V_i + BC_i + 5 - M_i)}.$$

Результаты всех вычислений сведём в таблицу. Радиус оболочки будем вычислять в радиусах Солнца R_\odot , а светимость — в светимостях Солнца. Мы не включаем строки, для которых невозможно определить из графика поправочный коэффициент расстояния ($T < 4750$ K).

Дни	v , км/с	V	B	$B - V$	T , K	ξ	R, R_\odot	L, L_\odot	M	BC	r , Мпк
7.9	10276	13.81	13.80	-0.01	10252	0.53	10470	$3.0 \cdot 10^8$	-16.49	-0.31	10.0
8.9	9721	13.79	13.80	0.01	10002	0.54	10740	$3.0 \cdot 10^8$	-16.47	-0.25	10.0
9.9	8981	13.79	13.82	0.03	9766	0.55	11037	$3.0 \cdot 10^8$	-16.47	-0.20	10.3
10.9	8410	13.79	13.84	0.05	9542	0.56	11380	$3.0 \cdot 10^8$	-16.47	-0.16	10.5
11.9	8314	13.81	13.88	0.07	9328	0.57	12282	$3.3 \cdot 10^8$	-16.58	-0.12	11.3
12.9	8026	13.84	13.92	0.08	9226	0.58	12853	$3.5 \cdot 10^8$	-16.65	-0.10	11.9
13.8	8080	13.84	13.95	0.11	8932	0.59	13842	$3.8 \cdot 10^8$	-16.72	-0.05	12.7
14.4	7642	13.86	13.98	0.12	8839	0.60	13661	$3.6 \cdot 10^8$	-16.68	-0.04	12.6
15.4	7221	13.85	14.01	0.16	8486	0.62	13805	$3.4 \cdot 10^8$	-16.61	0.00	12.4
16.1	7215	13.84	14.04	0.20	8163	0.65	14420	$3.4 \cdot 10^8$	-16.62	0.01	12.4
26.4	5611	13.86	14.47	0.61	5929	0.97	18389	$3.5 \cdot 10^8$	-16.64	-0.05	12.3
29.4	5110	13.88	14.58	0.70	5602	1.06	18650	$3.4 \cdot 10^8$	-16.60	-0.12	11.8
31.4	4902	13.90	14.65	0.75	5436	1.11	19108	$3.4 \cdot 10^8$	-16.62	-0.16	11.8
35.4	4623	13.94	14.79	0.85	5134	1.21	20316	$3.7 \cdot 10^8$	-16.70	-0.25	12.0
39.4	4310	13.93	14.87	0.94	4892	1.30	21080	$3.8 \cdot 10^8$	-16.74	-0.36	11.5
42.6	3809	13.92	14.93	1.01	4719	1.38	20143	$3.4 \cdot 10^8$	-16.61	-0.46	10.3

Полученные значения расстояния несколько отличаются для разных измерений. Это ожидаемо, поскольку исходные экспериментальные данные содержали погрешности. Поэтому итоговым значением будет среднее значение расстояния

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_1^N r_i = 11.5 \text{ Мпк.}$$

Для оценки погрешности сначала вычислим стандартное отклонение

$$s_r = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2} = 0.96 \text{ Мпк.}$$

Погрешность среднего значения равна

$$\sigma_{\bar{r}} = \frac{s_r}{\sqrt{N}} = 0.2 \text{ Мпк.}$$

Итоговый ответ задачи $\bar{r} = 11.5 \pm 0.2$ Мпк.

Критерии проверки

- | | |
|-------------------------------------------------------------------|--------|
| 1. Определение радиуса фотосферы оболочки для каждого из моментов | 1 балл |
| 2. Определение показателя цвета | 1 балл |

-
- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 3. Определение температуры фотосферы | 1 балл |
| 4. Определение из графика фактора дилюции | 2 балла |
| Если сделано более чем для 7 точек с точностью лучше 10% выставляется полный балл, иначе не более 1 балла. | |
| 5. Определение болометрической поправки | 1 балл |
| 6. Расчёт расстояния для 10-17 точек | 4 балла |
| Выставляется полностью, если они верны с точностью до 5% к представленным в решении | |
| 7. Итоговый ответ в виде среднего и его ошибки | 1 + 1 балл |
| Если в решении участника расстояние определяется по одной точке, то максимальная оценка за задачу 4 балла при полностью правильной последовательности действий и ответе. При 2–4 точках максимальная оценка 6 баллов , при верном итоговом ответе. | |

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**.

(В. Б. Игнатьев, П. В. Бакланов)

Справочные данные

Данные о Солнце, Земле, Луне и Галактике

Светимость Солнца	$L_{\odot} = 3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Видимая звёздная величина Солнца	$m_{\odot} = -26.78^{\text{m}}$
Абсолютная болометрическая звёздная величина Солнца	$M_{\odot} = 4.72^{\text{m}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot} = 5800 \text{ К}$
Солнечная постоянная	$E_{\odot} = 1360.8 \text{ Вт м}^{-2}$
Поток солнечной энергии в видимых лучах на расстоянии Земли	$= 600 \text{ Вт м}^{-2}$
Тропический год	$= 365.24219 \text{ сут}$
Звёздные сутки	$= 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23^{\circ} 26' 21.45''$
Синодический месяц	$S_{\zeta} = 29.53059 \text{ сут}$
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_{\zeta} = -12.7^{\text{m}}$
Число звёзд в нашей Галактике	$= 1 \cdot 10^{11}$
Радиус диска нашей Галактики	$= 20 \text{ кпк}$
Масса нашей Галактики (в массах Солнца)	$= 2 \cdot 10^{12}$
Абсолютная звёздная величина нашей Галактики	$= -20.9^{\text{m}}$

Астрономические и физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м с}^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг с}^{-3} \text{ К}^{-4}$
Постоянная Планка	$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
Постоянная Хаббла	$H = 74 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$
Масса протона	$m_{\text{p}} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Период полураспада свободного нейтрона	$= 609 \text{ с}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Формулы приближённого вычисления (при $x \ll 1$)

$$\begin{aligned} \sin(x) &\approx x & \cos x &\approx 1 - \frac{x^2}{2} & \operatorname{tg} x &\approx x \\ \ln(1+x) &\approx x & e^x &\approx 1+x & (1+x)^\alpha &\approx 1+\alpha x \end{aligned}$$

Характеристики Солнца, планет и некоторых спутников

Объект	Большая полуось, а.е.	Эксцентриситет	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, тыс. км	Осевой период
Солнце				1.989×10^{30}	696	25.38 сут
Меркурий	0.3871	0.2056	87.97 сут	3.302×10^{23}	2.44	58.65 сут
Венера	0.7233	0.0068	224.70 сут	4.869×10^{24}	6.05	243.02 сут
Земля	1	0.0167	365.26 сут	5.974×10^{24}	6.37	23.93 ч
Луна	0.00257	0.0549	27.322 сут	7.348×10^{22}	1.74	27.32 сут
Марс	1.5237	0.0934	686.98 сут	6.419×10^{23}	3.40	24.62 ч
Юпитер	5.2028	0.0483	11.862 лет	1.899×10^{27}	69.9	9.92 ч
Сатурн	9.5388	0.0560	29.458 лет	5.685×10^{26}	60.3	10.66 ч
Уран	19.1914	0.0461	84.01 лет	8.683×10^{25}	25.6	17.24 ч
Нептун	30.0611	0.0097	164.79 лет	1.024×10^{26}	24.7	16.11 ч