

LXXX Московская астрономическая олимпиада (2026 г.)

Теоретический тур. Решения и критерии оценивания

9 класс

Задача 1

В 1727 году Джеймс Брэдли открыл явление абберации света и определил постоянную абберации: $k_0 = 20''$. Определите, какое значение скорости света получил Брэдли на основе этой постоянной. Ответ выразите в астрономических единицах за год и в километрах в секунду, учитывая, что в то время горизонтальный параллакс Солнца на экваторе принимался равным $9.5''$. На сколько процентов обе полученных величины отличаются от современного значения скорости света? Радиус Земли к тому времени был известен и с достаточной точностью совпадал с современным значением.

Решение. Абберация света — это явление, вызывающее смещение видимого положения источника света в направлении движения наблюдателя. Постоянная абберации k_0 , выраженная в угловых секундах, связана со скоростью наблюдателя v и скоростью света c простым соотношением:

$$k_0 = \frac{v}{c} \cdot 206\,265.$$

Здесь 206 265 — число секунд в радиане — коэффициент, необходимый для перевода радиан в угловые секунды. Скорость Земли на орбите выражается через радиус орбиты (астрономическую единицу) a_0 и период обращения T : $v = 2\pi a_0/T$. Тогда

$$c_B = \frac{2\pi \cdot 206\,265}{k_0} \frac{a_0}{T} = 64\,800 \text{ а. е./год.}$$

Определим величину астрономической единицы в километрах, как это мог бы сделать Брэдли, если бы в то время использовали километры. Зная радиус Земли R , можем получить расстояние от Земли до Солнца:

$$a_0 = \frac{206\,265 R}{\alpha} = \frac{206\,265 \cdot 6370 \text{ км}}{9.5''} \approx 138\,000\,000 \text{ км.}$$

Тогда скорость света в километрах в секунду равна

$$c_B = 64\,800 \text{ а. е./год} \cdot \frac{138 \cdot 10^6 \text{ км}}{365.25 \text{ сут/год} \cdot 86\,400 \text{ с/сут}} \approx 280\,000 \text{ км/с.}$$

Современное значение скорости света, данное в справочных данных, $c = 299\,800 \text{ км/с}$. Используя современное значение астрономической единицы, получаем $c = 63\,200 \text{ а. е./год}$. Тогда значение Брэдли, выраженное в а. е./год, больше современного на

$$\frac{64800 - 63200}{63200} \approx 2.5\%,$$

тогда как выраженное в км/с меньше на

$$\frac{299800 - 280000}{299800} \approx 6.6\%.$$

Мы видим, что значение, полученное в «астрономических» единицах, точнее. Это подчёркивает важность определения точной величины астрономической единицы, чем активно занимались астрономы XVIII–XIX веков. Без знания точного значения астрономической единицы было невозможно привести измеренные космические величины к привычным нам единицам измерения, будь то расстояние или скорость.

Замечание. Некоторые участники, чтобы найти скорость света в км/с, определяли скорость Земли по формуле $v = \sqrt{GM_{\odot}/a_0}$, подставляя в неё старое значение астрономической единицы и современное значение GM_{\odot} , точнее — современные значения G и M_{\odot} . Это ошибка. В действительности GM определяется из астрономических наблюдений с помощью 3-го закона Кеплера, для чего требуется знать период обращения Земли вокруг Солнца и величину астрономической единицы. Таким образом, величину GM Брэдли использовал бы другую, а гравитационная постоянная и масса Солнца в то время по отдельности были известны только приблизительно. До рождения Генри Кавендиша, впервые определившего G в лабораторном эксперименте, оставалось ещё 4 года.

Критерии проверки

- | | |
|--|------------|
| 1. Связь k_0 с v и c | 1 балл |
| 2. Скорость света в а. е./год «по Брэдли» | 2 балла |
| 3. Величина астрономической единицы в км «по Брэдли» | 1 балл |
| 4. Скорость света в км/с «по Брэдли» | 1 балл |
| 5. Современное значение скорости света в а. е./год | 1 балл |
| 6. Отличия старых и новых значений в процентах | 1 + 1 балл |

Оценивается, если старые значения вычислены правильно.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Задача 2

Астроном-любитель заметил, что при выключенном часовом механизме его телескопа при наблюдении в окуляр с фокусным расстоянием 10 мм Альтаир проходит поле зрения его телескопа по диаметру примерно за 3 минуты. Диаметр объектива телескопа 13 см, фокусное расстояние — 65 см. В комплект входят два окуляра с одинаковым полем зрения. Какие объекты полностью поместятся в поле зрения телескопа, если он будет использовать окуляр с фокусным расстоянием 20 мм?

Название	Номер по каталогу	Размер	Яркость
Шаровое скопление в Геркулесе	M13	16'	5.8 ^m
Туманность Андромеды	M31	178 × 63'	3.5 ^m
Туманность Треугольника	M33	73 × 45'	5.5 ^m
Туманность Ориона	M42	85 × 60'	4.0 ^m
Ясли	M44	95'	3.1 ^m
Плеяды	M45	110'	1.2 ^m
χ и h Персея	C14	70'	3.7 ^m
Гиады	C41	330'	0.5 ^m

Решение. Альтаир — α Орла — расположен вблизи небесного экватора (Орёл — экваториальное созвездие). Поэтому можно считать, что диаметр поля зрения телескопа с 10-мм окуляром равен 3 минутам времени, что соответствует 45'. Если заменить этот окуляр на другой с вдвое большим фокусным расстоянием, то увеличение телескопа уменьшится в два раза, а поле зрения вырастет в два раза и составит 90'.

Все перечисленные объекты достаточно яркие, поэтому при наличии хорошей погоды и тёмного неба пронаблюдать их не составит большого труда.

Итого, полностью в поле зрения телескопа попадут объекты, чей угловой размер меньше 90', то есть M13, M33, M42 и C14.

Критерии проверки

1. Телескоп направлен на область вблизи небесного экватора **1 балл**
Если этот этап отсутствует и участник сразу переводит время прохождения звезды через поле зрения в угловые величины, этот этап не засчитывается, но остальные оцениваются в полной мере.
2. Размер поля зрения с 10-мм окуляром **1 балл**
3. Размер поля зрения в 20-мм окуляром **2 балла**
4. За обоснованный выбор каждого правильного объекта по 1 баллу. Итого: **4 балла**
Если в результате вычислений получилось слишком большое поле зрения, в котором помещаются более четырёх объектов, то оценка за последний критерий уменьшается на 1 балл за каждый лишний объект.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(М. В. Силантьев)

Задача 3

В таблице указаны экваториальные координаты четырёх звёзд, лежащих в полосе Млечного Пути вблизи его средней линии. Используя только эти данные, определите все географические широты, на которых можно увидеть Млечный Путь перпендикулярно горизонту.

Звезда	Прямое восхождение	Склонение
HIP 3532	$00^{\text{h}} 45^{\text{m}}$	$+62^{\circ} 31'$
HIP 32851	$06^{\text{h}} 50^{\text{m}}$	$-00^{\circ} 32'$
BZ Cru	$12^{\text{h}} 44^{\text{m}}$	$-63^{\circ} 11'$
5 Aql	$18^{\text{h}} 46^{\text{m}}$	$-00^{\circ} 58'$

Решение. Млечный Путь перпендикулярен горизонту в тех случаях, когда галактические полюса лежат на горизонте. Это будет происходить на тех широтах, где галактические полюса могут восходить и заходить. Для того чтобы ответить на этот вопрос, необходимо определить склонение галактических полюсов.

Обратимся к таблице. Склонения звёзд HIP 32851 и 5 Aql близки к нулю, следовательно, прямые восхождения мест пересечения Млечным Путём небесного экватора примерно равны $06^{\text{h}} 50^{\text{m}}$ и $18^{\text{h}} 46^{\text{m}}$. Значит, прямые восхождения галактических полюсов примерно $12^{\text{h}} 48^{\text{m}}$ и $00^{\text{h}} 46^{\text{m}}$. Эти значения примерно совпадают с прямыми восхождениями HIP 3532 и BZ Cru. Максимальное удаление Млечного Пути от экватора примерно равно по модулю $(+62^{\circ} 31' + 63^{\circ} 11')/2 = 62^{\circ} 51' \approx 63^{\circ}$. Тогда склонение галактических полюсов равно $\delta = 90^{\circ} - 63^{\circ} = 27^{\circ}$. Точка с таким склонением проходит нижнюю кульминацию на горизонте на широте $\varphi = 90^{\circ} - \delta = 63^{\circ}$. Значит, на широтах от 63° ю. ш. до 63° с. ш. галактические полюса заходят, а Млечный Путь может наблюдаться перпендикулярно горизонту.

Критерии проверки

1. Млечный Путь перпендикулярен горизонту, когда полюса на горизонте **1 балл**
2. HIP 32851 и 5 Aql вблизи точек пересечения МП и небесного экватора **1 балл**
3. Доказано, что склонения HIP 3532 и BZ Cru близки к максимальным для МП **2 балла**
4. Склонение галактических полюсов **1 балл**
Это должен быть именно вывод из данных в условии. Если участник «помнит» значения, оценка не выставляется.
5. Найдена широта, где происходит нижняя кульминация полюсов на горизонте **2 балла**
6. Окончательный ответ в виде интервала **1 балл**

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(М. В. Силантьев)

Задача 4

Вторая космическая скорость на поверхности сферической планеты равна u_0 . Если подняться на высоту $h_1 = 1000$ км над поверхностью планеты, то параболическая скорость на этой высоте станет равна первой космической скорости на поверхности планеты. На высоте, в два раза большей, чем h_1 , период обращения вокруг планеты равен $T_2 = 8$ часам. Определите:

- А. Вторую космическую скорость на поверхности планеты,
- В. Радиус планеты,
- С. Массу планеты,
- Д. Среднюю плотность планеты.

Решение. Как хорошо известно, первая космическая скорость равна

$$v = \sqrt{\frac{GM}{L}},$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, а L — расстояние до её центра. Вторая космическая скорость может быть выражена через первую как

$$u = \sqrt{2}v = \sqrt{\frac{2GM}{L}}.$$

Величину L нам будет удобно выражать в виде суммы радиуса планеты R и высоты над поверхностью планеты h : $L = R + h$. Тогда

$$v_h = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}, \quad u_h = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}.$$

Теперь с помощью введённых обозначений запишем первое условие задачи — равенство параболической скорости на высоте h_1 и первой космической скорости на поверхности планеты:

$$u_1 = v_0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2GM}{R+h_1}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{2}{R+h_1} = \frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad 2R = R+h_1 \quad \Rightarrow \quad R = h_1 = 1000 \text{ км}.$$

Из второго условия мы можем определить круговую скорость на высоте $h_2 = 2h_1$:

$$v_2 = \frac{2\pi(R+h_2)}{T} = \frac{2\pi(1000+2000)}{8 \cdot 3600} \approx 0.654 \text{ км/с} \approx 654 \text{ м/с}.$$

Зная скорость и радиус орбиты, можем определить массу из определения первой космической скорости:

$$M = \frac{v_2^2(R+h_2)}{G} = \frac{(654 \text{ м/с})^2(1000+2000) \cdot 10^3 \text{ м}}{6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2} = 1.9 \cdot 10^{22} \text{ кг}.$$

Зная радиус и массу планеты, нетрудно определить её среднюю плотность:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx 4500 \text{ кг/м}^3.$$

Осталось ответить на первый вопрос задачи: вычислить вторую космическую скорость. Можно напрямую подставить значения во вторую формулу, а можно воспользоваться тем, что мы уже вычислили первую космическую скорость на высоте h_2 . Тогда

$$u_0 = \sqrt{2}v_0 = \sqrt{2}v_2 \sqrt{\frac{R+h_2}{R}} = \sqrt{2}v_2 \sqrt{\frac{R+2R}{R}} = \sqrt{6} \cdot v_2 = \sqrt{6} \cdot 0.654 \text{ км/с} \approx 1.6 \text{ км/с}.$$

Критерии проверки

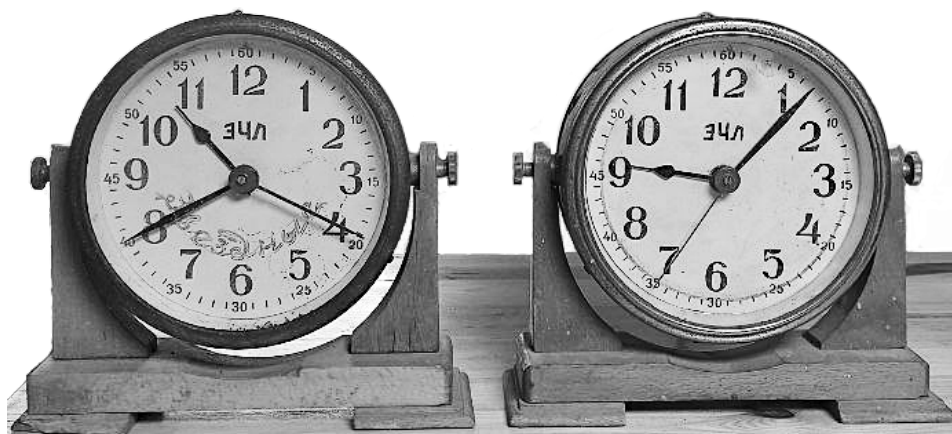
- | | |
|--|-------------|
| 1. Формулы 1-й и 2-й космических скоростей | 1 + 1 балл |
| 2. Определен радиус планеты | 1 балл |
| 3. Масса планеты: формула + значение | 1 + 1 балла |
| 4. Плотность планеты: формула + значение | 1 + 1 балла |
| 5. Числовое значение u_0 | 1 балл |

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(В. Б. Игнатьев)

Задача 5

На фотографии представлены до сих пор работающие часы, которые раньше использовались при наблюдениях на Крымской астрономической станции Московского университета. Слева — часы, идущие по звёздному времени, справа — по солнечному. В какую дату 2024 года была сделана эта фотография?



Решение. Звёздное время численно равно часовому углу точки весеннего равноденствия. В день осеннего равноденствия Солнце и точка весеннего равноденствия занимают противоположные положения на небе, поэтому звёздное и солнечное время совпадают. Поскольку солнечные сутки на 3 минуты 56 секунд длиннее звёздных, через сутки после осеннего равноденствия звёздное время будет опережать солнечное на 3 минуты 56 секунд, через двое суток — на 7 минут 52 секунды и т. д. В день весеннего равноденствия звёздное и солнечное время отличаются на 12 часов, но на часах с двенадцатичасовым циферблатом показания часов в какой-то момент совпадут.

На фотографии часы, идущие по солнечному времени, показывают или 9 часов 07 минут, или 21 час 07 минут. Часы, идущие по звёздному времени, показывают либо 10 часов 40 минут, либо 22 часа 40 минут. Следовательно, звёздное время опережает солнечное или на 1 час 33 минуты, или на 13 часов 33 минуты.

Поскольку звёздные сутки короче солнечных на $\Delta t = 3 \text{ мин } 56 \text{ с} \approx 3.933 \text{ мин}$, накопленная разница во времени t связана с числом прошедших суток n соотношением $t = n \cdot \Delta t$.

В первом случае разница $t_1 = 1 \text{ ч } 33 \text{ мин} = 93 \text{ мин}$ набегает за

$$n_1 = \frac{93}{3.933} \approx 24 \text{ дня},$$

а во втором — за такое же время, но после дня весеннего равноденствия.

День осеннего равноденствия в разные годы выпадает на 22 и 23 сентября. В 2024 году он был 22 сентября. В сентябре 30 дней, поэтому остается ещё 8. Тогда возможная дата фотографии $24 - 8 = 16$ — 16 октября 2024 года.

День весеннего равноденствия в последние годы выпадает на 20 марта. В марте 31 день, следовательно, до конца месяца со дня равноденствия остается ещё 11. Тогда вторая возможная дата фотографии $24 - 11 = 13$ — 13 апреля 2024 года.

Критерии проверки

-
- | | |
|---|-----------------|
| 1. Верное определение показаний часов звёздного времени
Правильные значения от $9^{\text{ч}} 07^{\text{м}}$ до $9^{\text{ч}} 07^{\text{м}} 35^{\text{с}}$ (от $21^{\text{ч}} 07^{\text{м}}$ до $21^{\text{ч}} 07^{\text{м}} 35^{\text{с}}$). | 1 балл |
| 2. Верное определение показаний часов солнечного времени
Правильные значения от $10^{\text{ч}} 40^{\text{м}}$ до $10^{\text{ч}} 40^{\text{м}} 21^{\text{с}}$ (от $22^{\text{ч}} 40^{\text{м}}$ до $22^{\text{ч}} 40^{\text{м}} 21^{\text{с}}$). | 1 балл |
| 3. Понимание того, что солнечные сутки длиннее звёздных на $3^{\text{м}} 56^{\text{с}}$
Допустимо использовать значение $4^{\text{м}}$ | 1 балл |
| 4. Понимание того, что циферблат на $12^{\text{ч}}$ может показывать время как для первой, так и для второй половины суток | 1 балл |
| 5. Верное вычисление разности между звёздным и солнечным временем
С точностью, определяемой снятыми показаниями с часов. | 1+1 балл |
| 6. Верное вычисление дат
Если решение основано на ошибочном утверждении о совпадении солнечного и звёздного времени в день весеннего равноденствия, то оценка за последний критерий не выставляется. | 1+1 балл |

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**.

(А. М. Татарников)

Задача 6

Это комбинированное негативное изображение окрестностей северного полюса Сатурна составлено из фотографий, полученных космическим аппаратом «Кассини», который работал в системе планеты с 2004 по 2017 год. Этот снимок стал первым изображением знаменитого шестиугольного вихря, выполненным «Кассини» в видимом диапазоне.

1. Когда (год, месяц) могла быть сделана эта фотография?
2. Какой полюс Сатурна (северный или южный) будет доступен для наблюдения с Земли в ближайшем будущем, если в конце марта 2025 года кольца планеты были видны «с ребра»?

Длина стороны шестиугольника составляет около 14 000 км. Наклон оси вращения Сатурна к его плоскости орбиты равен 27° . В момент съёмки «Кассини» располагался на расстоянии, значительно превышающем радиус планеты. Сжатием Сатурна пренебрегите.

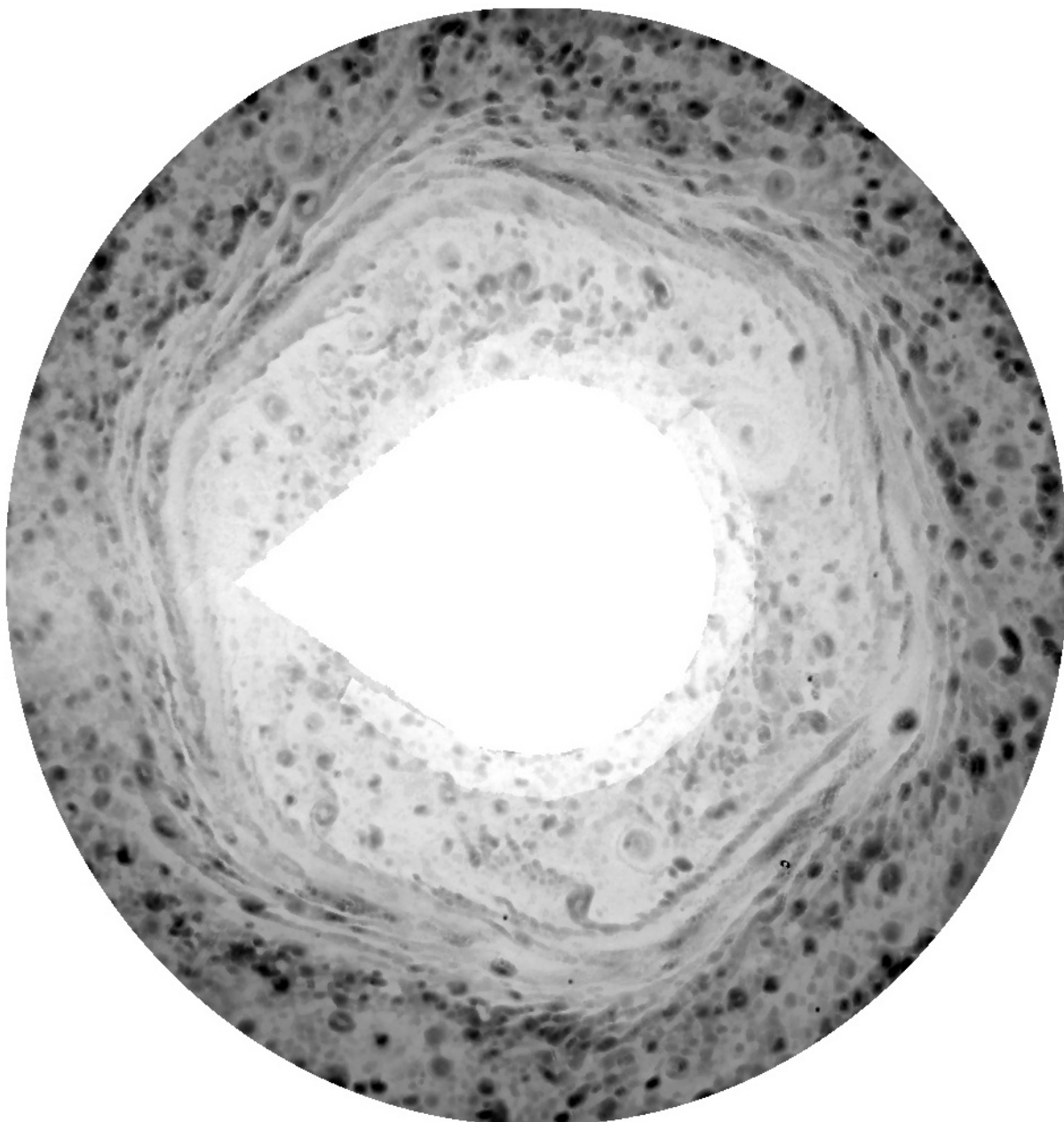
Решение. На изображении представлены окрестности северного полюса Сатурна, за исключением небольшой области непосредственно у самого полюса. Поскольку изображение дано в негативных цветах, тёмные участки соответствуют освещённым Солнцем областям, а светлые — находящимся в тени. Таким образом, светлая область вблизи полюса означает, что он находится в тени. Следовательно, на момент съёмки Солнце находилось неглубоко под горизонтом для наблюдателя на северном полюсе, и наблюдения происходят вблизи момента равноденствия: либо незадолго после того, как на северном полюсе началась полярная ночь (осеннее равноденствие), либо незадолго до того, как на нём наступит день (весеннее равноденствие).

Здесь надо отметить два важных момента. Во-первых, тёмный «угол» в левой части тени физически к ней не имеет никакого отношения. Это изображение собрано из большого числа фотографий, а для этой области Сатурна снимка не нашлось. Во-вторых, не стоит считать, что на изображение показан весь диск Сатурна, видимый с космического аппарата. В условии сказано, что аппарат во время съёмки находился на большом расстоянии от планеты. Следовательно, если предположить, что на изображении мы видим весь диск Сатурна, то на краях должны быть околоэкваториальные области, однако, как мы покажем ниже, в действительности эти области лежат примерно в 20° от полюса.

Период обращения Сатурна вокруг Солнца $P = 29.5$ лет (см. справочные данные). Раз в марте 2025 года кольца были видны «с ребра», то Солнце в этот момент находилось точно в их плоскости, что соответствует равноденствию на Сатурне. Пренебрегая эллиптичностью орбиты Сатурна, делаем вывод, что предыдущее равноденствие произошло на 14.75 лет раньше, то есть летом 2010 года.

В условии сказано, что это первая фотография шестиугольного вихря, полученная «Кассини» в оптическом диапазоне. Мы видим, что космический аппарат довольно долго работал в окрестностях Сатурна до 2010 года и, очевидно, не мог сфотографировать шестиугольник только потому, что он находился в тени. Значит, фотография была сделана ранее лета 2010 года.

Определим, насколько раньше. Измерив линейкой длинную диагональ (соединяющую противоположные вершины) шестиугольного вихря и диаметр тени, получим, что они соотносятся примерно как 2 : 1. Следовательно, радиус тени равен половине длины стороны шестиугольни-



Фотография с сайта <https://ciclops.org/>. Цвет инвертирован для печати.

ка: $r = 7000$ км. Это расстояние соответствует дуге меридиана

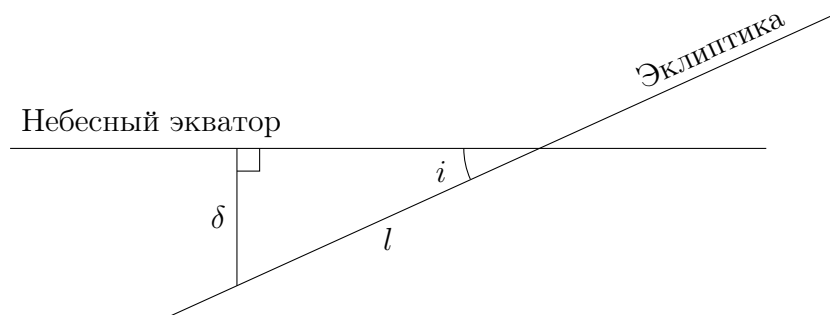
$$\alpha = \arcsin \frac{r}{R} = \arcsin \frac{7000 \text{ км}}{60\,300 \text{ км}} \approx 7^\circ.$$

Отметим, что в таком случае вершина шестиугольника находится в 14° от полюса, а значит, не будет большой ошибкой считать всё изображение плоским, что мы выше неявно и сделали. Погрешность, возникающая при таком приближении, очевидно, меньше, чем от определения длины стороны шестиугольника на изображении.

Значит, склонение Солнца в сатурнианской системе координат составляет $\delta = -7^\circ$. Эклиптика и экватор в этой системе координат пересекаются под углом $i = 27^\circ$. Тогда Солнцу осталось

пройти до точки равноденствия дугу

$$l = \frac{|\delta|}{\sin i} \approx 15^\circ.$$



Это произойдёт за время

$$t = \frac{l}{360^\circ} \cdot P \approx 1.5 \text{ года.}$$

Поскольку равноденствие наступило летом 2010 года, снимок был сделан примерно за 1.5 года до этого, то есть в начале 2009 года.

Угловой размер Солнца при наблюдении с орбиты Сатурна весьма невелик, поэтому в нашем довольно оценочном решении его учитывать не нужно.

После 2010 года северное полушарие Сатурна оставалось освещённым вплоть до следующего равноденствия, которое произошло в 2025 году. Значит, в ближайшие после марта 2025 года Солнце будет освещать южное полушарие, и для земного наблюдателя будет доступен для наблюдений только южный полюс Сатурна.

Комментарий. Фотографии для этого изображения были получены 3 января 2009 года.

Критерии проверки

- | | |
|--|---------|
| 1. Примерная дата предыдущего равноденствия на Сатурне | 1 балл |
| 2. Изображение получено до равноденствия 2010 года | 1 балл |
| 3. Линейный размер тени | 2 балла |
| 4. На какой угол по широте простирается тень | 1 балл |
| 5. Склонение Солнца | 1 балл |
| 6. Угловое расстояние, которое осталось пройти Солнцу | 2 балла |
| 7. Время до равноденствия | 2 балла |
| 8. Для наблюдения будет доступен южный полюс Сатурна | 2 балла |

Ответ без правильного доказательства не оценивается.

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**.

(Е. Н. Фадеев)

Справочные данные

Данные о Солнце, Земле, Луне и Галактике

Светимость Солнца	$L_{\odot} = 3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Видимая звёздная величина Солнца	$m_{\odot} = -26.78^{\text{m}}$
Абсолютная болометрическая звёздная величина Солнца	$M_{\odot} = 4.72^{\text{m}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot} = 5800 \text{ К}$
Солнечная постоянная	$E_{\odot} = 1360.8 \text{ Вт м}^{-2}$
Поток солнечной энергии в видимых лучах на расстоянии Земли	$= 600 \text{ Вт м}^{-2}$
Тропический год	$= 365.24219 \text{ сут}$
Звёздные сутки	$= 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23^{\circ} 26' 21.45''$
Синодический месяц	$S_{\zeta} = 29.530 59 \text{ сут}$
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_{\zeta} = -12.7^{\text{m}}$
Число звёзд в нашей Галактике	$= 1 \cdot 10^{11}$
Радиус диска нашей Галактики	$= 20 \text{ кпк}$
Масса нашей Галактики (в массах Солнца)	$= 2 \cdot 10^{12}$
Абсолютная звёздная величина нашей Галактики	$= -20.9^{\text{m}}$

Астрономические и физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м с}^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг с}^{-3} \text{ К}^{-4}$
Постоянная Планка	$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
Постоянная Хаббла	$H = 74 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$
Масса протона	$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Период полураспада свободного нейтрона	$= 609 \text{ с}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Формулы приближённого вычисления (при $x \ll 1$)

$$\begin{aligned} \sin(x) &\approx x & \cos x &\approx 1 - \frac{x^2}{2} & \operatorname{tg} x &\approx x \\ \ln(1+x) &\approx x & e^x &\approx 1+x & (1+x)^\alpha &\approx 1+\alpha x \end{aligned}$$

Характеристики Солнца, планет и некоторых спутников

Объект	Большая полуось, а.е.	Эксцентриситет	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, тыс. км	Осевой период
Солнце				1.989×10^{30}	696	25.38 сут
Меркурий	0.3871	0.2056	87.97 сут	3.302×10^{23}	2.44	58.65 сут
Венера	0.7233	0.0068	224.70 сут	4.869×10^{24}	6.05	243.02 сут
Земля	1	0.0167	365.26 сут	5.974×10^{24}	6.37	23.93 ч
Луна	0.002 57	0.0549	27.322 сут	7.348×10^{22}	1.74	27.32 сут
Марс	1.5237	0.0934	686.98 сут	6.419×10^{23}	3.40	24.62 ч
Юпитер	5.2028	0.0483	11.862 лет	1.899×10^{27}	69.9	9.92 ч
Сатурн	9.5388	0.0560	29.458 лет	5.685×10^{26}	60.3	10.66 ч
Уран	19.1914	0.0461	84.01 лет	8.683×10^{25}	25.6	17.24 ч
Нептун	30.0611	0.0097	164.79 лет	1.024×10^{26}	24.7	16.11 ч